



**INSTITUTO FEDERAL DE SÃO PAULO**  
CAMPUS SÃO CARLOS  
CURSO TÉCNICO EM MANUTENÇÃO  
DE AERONAVES EM CÉLULA

# **FÍSICA: TEORIA E PRÁTICA**

Autor: Ivens Alberto Meyer

São Carlos, SP

2017

## SUMÁRIO

<b>APRESENTAÇÃO .....</b>	<b>3</b>
<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>5</b>
<b>PARTE I – SUGESTÕES PARA USO DA APOSTILA – <i>Material para o professor</i> 6</b>	<b>6</b>
<b>1 ROTEIRO PARA APLICAÇÃO DESTE MATERIAL .....</b>	<b>7</b>
1.1 Desenvolvimento do primeiro encontro .....	9
1.1.1 Objetivos.....	9
1.1.2 Discussão dos objetivos do trabalho .....	9
1.1.3 Realização do “Questionário de conhecimentos prévios” .....	9
1.1.4 Realização do teste de conhecimentos em física – modo pré-teste .....	11
1.1.5 Gabarito do teste de conhecimentos em física .....	27
1.1.6 Distribuição da apostila.....	29
1.2 Desenvolvimento do segundo encontro .....	30
1.2.1 Objetivos.....	30
1.2.2 Aula teórica sobre velocidade linear, radiano e velocidade angular .....	30
1.2.3 Aula prática – experimento 01 .....	31
1.3 Desenvolvimento do terceiro encontro .....	35
1.3.1 Objetivos.....	35
1.3.2 Aula teórica sobre translação, rotação e torque .....	35
1.3.3 Aula prática – experimentos 2 e 3 .....	35
1.4 Desenvolvimento do quarto encontro.....	43
1.4.1 Objetivos.....	43
1.4.2 Aula teórica sobre momento de inércia, giroscópio, momento angular e precessão giroscópica .....	43
1.4.3 Aula prática – experimento 04 .....	44
1.4.4 Experimento 05.....	52
1.5 Desenvolvimento do quinto encontro .....	57
1.5.1 Objetivos.....	57
1.5.2 Aula teórica sobre a conservação do momento angular .....	57
1.5.3 Aula prática – experimento 06 .....	58
<b>2 AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS.....</b>	<b>62</b>
<b>PARTE II –APOSTILA – <i>Material para alunos</i>.....</b>	<b>63</b>
<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>64</b>

<b>2 RELACIONANDO VARIÁVEIS LINEARES E ANGULARES.....</b>	<b>67</b>
Exercícios.....	70
2.1 Posição.....	71
2.2 Velocidade.....	72
Exercícios.....	74
2.3 Aceleração.....	75
Exercícios.....	76
2.4 Momento linear.....	77
2.5 Momento de inércia.....	77
2.6 Período e frequência.....	78
Exercícios.....	80
<b>3 TORQUE.....</b>	<b>81</b>
<b>4 MOMENTO ANGULAR E CONSERVAÇÃO DE MOMENTO ANGULAR.....</b>	<b>84</b>
Exercícios.....	86
<b>5 PRECESSÃO GIROSCÓPICA.....</b>	<b>87</b>
Exercícios.....	91
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>92</b>
<b>RESOLUÇÃO DOS EXERCÍCIOS DA APOSTILA.....</b>	<b>93</b>
Relacionando variáveis lineares e angulares.....	93
Velocidade.....	94
Aceleração.....	97
Período e frequência.....	98
Momento angular.....	99
Precessão giroscópica.....	100

## APRESENTAÇÃO

Compartilhando de uma preocupação da classe docente quanto ao ensino significativo de física, com propostas que aliam teoria e prática, este material foi elaborado.

A partir das propostas dos PCN para o ensino de física, o estudo desta área ganhou novos sentidos e está voltado para a formação de um cidadão contemporâneo que domine os instrumentos para compreender, intervir e participar na realidade.

A Física na sala de aula deve consistir em um conjunto de competências que permite com que o aluno saiba identificar e lidar com fenômenos naturais e tecnológicos, presentes no cotidiano imediato ou em universos mais distantes, a partir de princípios, leis e modelos por ela construídos. Isto implica em conhecimentos da própria linguagem da física, que possui terminologias e formas de expressão bem definidas.

Contudo, acreditamos que as competências para lidar com o mundo físico não têm significado quando trabalhadas de forma isolada. Sendo assim, as competências em física devem ser construídas em contextos e em diálogo com outras áreas.

Nesse sentido, este material foi pensado de forma a modificar o trabalho com o ensino de física, pensando na união entre teoria e prática, deixando de concentrar-se na memorização de fórmulas ou na repetição automática de procedimentos e dando-lhes significados em situações reais de aprendizado. Pensamos em contribuir para que o aluno:

- Compreenda o conteúdo abordado de um modo mais interessante.
- Associe este conteúdo ao contexto profissional do mecânico de manutenção.
- Utilize seguramente os instrumentos de medição presentes no cotidiano de trabalho
- Sinta-se mais atraído pela utilização do conteúdo na solução dos problemas diários encontrados no exercício de seu ofício.

Para os professores, este material contém sequências metodológicas, com orientações claras para o trabalho com cada tema proposto.

Sabendo que um livro didático é um importante instrumento para aulas, mas não o único, este material foi concebido para, de forma objetiva e clara, contribuir com a prática pedagógica dos profissionais da física. Esperamos que excelentes aprendizagens ocorram nas aulas.

## INTRODUÇÃO

Este material consiste em produto do mestrado profissional de Ivens Alberto Meyer, realizado na Universidade Federal de São Carlos – Campus Sorocaba. O objetivo foi desenvolver um material alternativo para o ensino de física, de maneira específica pensando no Curso Técnico de Formação de Mecânicos de Aeronaves, do Instituto Federal de São Paulo, campus São Carlos – SP.

Ainda que o material tenha sido desenvolvido pensando neste curso, não objetiva-se que ele fique restrito a este contexto, pois aborda temáticas centrais para o ensino de física, como: Movimento Circular, Torque, Momento de Inércia, Momento Angular, Precessão Giroscópica e Conservação de energia do movimento angular.

A primeira parte do presente material é destinada ao professor, com sugestões para as aulas. A segunda é um compêndio de teoria e propostas de exercícios, acompanhados de respostas.



PARTE I – SUGESTÕES PARA  
USO DA APOSTILA  
*Material para o professor*

## **1 ROTEIRO PARA APLICAÇÃO DESTE MATERIAL**

Para esta apostila foram idealizados seis encontros, de 3h30 cada um. Fica a critério do professor a organização do tempo e da quantidade de encontros da maneira que cabe à sua realidade. Aqui apresentamos apenas uma sugestão.

### **1. Primeiro encontro**

- a) Discussão dos objetivos do trabalho
- b) Realização do questionário de conhecimentos pessoais
- c) Realização do teste de conhecimentos, versão pré-teste
- d) Distribuição da Apostila

### **2. Segundo Encontro - Movimento Circular Uniforme**

- a) Aula teórica
  - i. Velocidade Linear
  - ii. Radiano
  - iii. Velocidade Angular
- b) Aula prática – Experimento 01
  - i. Hélice + Trena
    - 1. Velocidade linear
    - 2. Velocidade angular

### **3. Terceiro encontro - Torque**

- a) Aula teórica
  - i. Translação e rotação
  - ii. Braço de uma alavanca
  - iii. Força aplicada
- b) Aula prática – Experimentos 02 e 03
  - i. Torquímetro de estalo + Balança de peixeiro
    - 1. Torque ou momento
  - ii. Hélice + Balança de peixeiro
    - 1. Torque ou momento

### **4. Quarto encontro – Momento de inércia, giroscópio e momento angular**

- a) Aula teórica
  - i. Centro de Massa
  - ii. Formas geométricas e seus momentos de inércia
  - iii. Momento angular
  - iv. Precessão giroscópica
- b) Aula prática – Experimentos 04 e 05

- i. Roda de bicicleta
  - 1. Giroscópio
  - 2. Momento de Inércia
- ii. Roda de bicicleta
  - 1. Precessão giroscópica

## **5. Quinto encontro - Conservação de energia do momento angular**

- a) Aula teórica
  - i. Conservação de energia do momento angular
- b) Aula prática – Experimentos 06 e 07
  - i. Roda de bicicleta + Plataforma Giratória + Halteres
    - 1. Conservação de energia, momento angular

## **6. Avaliação de resultados**

- a) Realização do teste de conhecimentos, versão pós-teste



## **1.1 Desenvolvimento do primeiro encontro**

### **1.1.1 Objetivos**

- a. Discussão dos objetivos do trabalho
- b. Realização do questionário de conhecimentos pessoais
- c. Realização do teste de conhecimentos, versão pré-teste
- d. Distribuição da Apostila

### **1.1.2 Discussão dos objetivos do trabalho**

Neste momento o professor deve expor aos alunos os objetivos do trabalho com o material, que serão a abordagem dos assuntos: Movimento circular uniforme, torque, momento de inércia, precessão giroscópica e conservação do momento angular.

### **1.1.3 Realização do “QUESTIONÁRIO DE CONHECIMENTOS PRÉVIOS”**

Sugere-se ao professor que aplique o questionário a seguir a fim de conhecer melhor a realidade dos alunos e adaptar as aulas quando necessário.

\_\_\_\_\_, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 20\_\_.

Número Aluno: \_\_\_\_\_

### QUESTIONÁRIO DE CONHECIMENTOS PRÉVIOS

1. Você gosta de Matemática?  
a.  Sim   b.  Não
  
2. Você gosta de Física?  
a.  Sim   b.  Não
  
3. Você gosta mais de:  
a.  Aula prática   b.  Aula teórica
  
4. Você escolheu este curso:  
a.  Por querer   b.  Por acaso
  
5. Você está satisfeito com a sua escolha?  
a.  Sim   b.  Não
  
6. Você acredita que a Física é importante na área da Aviação Civil?  
a.  Sim   b.  Não
  
7. Você acredita que a Matemática é importante na área da Aviação Civil?  
a.  Sim   b.  Não
  
8. Como você distribuiria as aulas no curso?  
a.  50% teoria e 50% prática  
b.  30% teoria e 70% prática  
c.  70% teoria e 30% prática  
d.  90% teoria e 10% prática  
e.  10% teoria e 90% prática  
f.  Só teoria

9. Você estudou o seu ensino básico na:
- a.  Rede privada  Rede pública
10. Você estudou, ou estuda, o ensino médio em:
- a.  Rede privada  Rede pública
11. Você pretende trabalhar na área da Aviação Civil?
- a.  Sim b.  Não
12. Na sua opinião os Professores dominam o assunto que tratam?
- a.  Sim b.  Não
13. Em sua opinião, os professores possuem uma boa didática?
- a.  Sim b.  Não
14. Como você se considera quanto a sua dedicação nos estudos?
- a.  Muito empenhado
- b.  Empenhado
- c.  Compareço a aula
- d.  Faço por obrigação

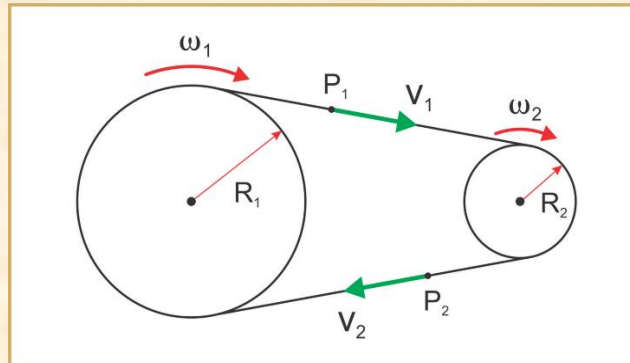
#### 1.1.4 Realização do TESTE DE CONHECIMENTOS EM FÍSICA, no modo pré-teste

Esta é uma proposta de tese a fim de que se tenha conhecimento sobre o domínio teórico dos alunos.

É importante que os alunos tenham consciência de que este teste não se trata de uma prova, mas, sim, de uma ferramenta para averiguar conhecimentos prévios abordados no ensino médio, por exemplo.

## TESTE DE CONHECIMENTOS EM FÍSICA

**Figura 01** – Sistema de acionamento de uma bicicleta



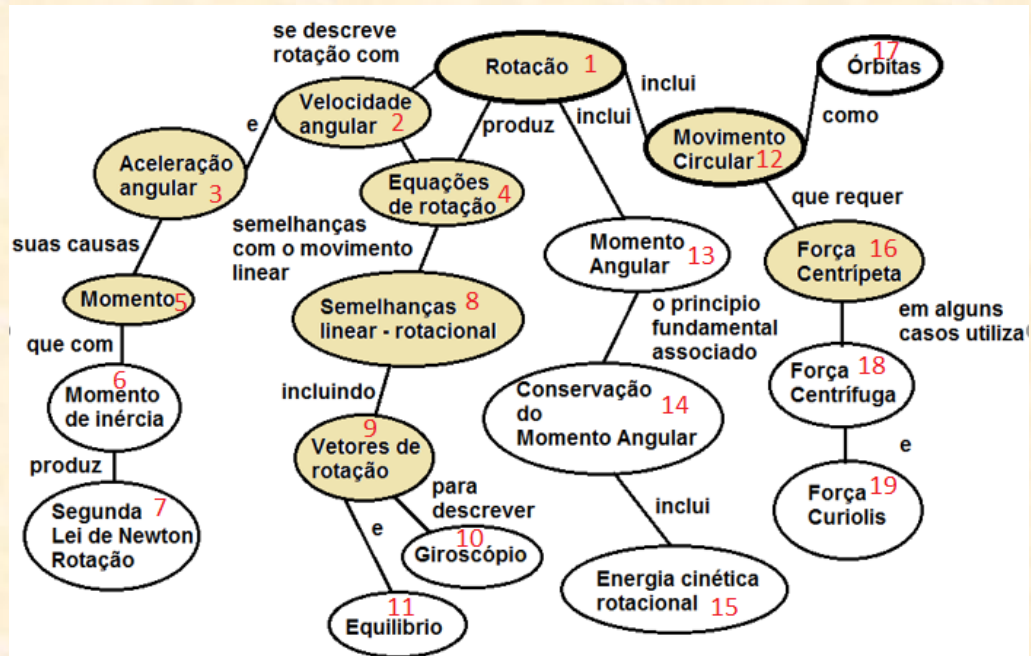
**Fonte:** osfundamentosdafisica.blogspot.com. Acesso em 01 ago. 2016

De acordo com a Figura 01, responda às questões de número 1 a 3.

1. A velocidade  $V_1$ , que descreve a rapidez com que a partícula  $P_1$  percorre a trajetória entre as duas engrenagens, é conhecida como:
  - a) Velocidade linear.
  - b) Velocidade angular.
  - c) Velocidade dinâmica.
  - d) Não sei.
2. A velocidade  $\omega_1$ , que descreve a rapidez com que a partícula  $P_1$  percorre um ângulo central da circunferência da engrenagem da coroa, com raio  $R_1$ , é conhecido como:
  - a) Velocidade linear.
  - b) Velocidade angular.
  - c) Velocidade dinâmica.
  - d) Não sei.
3. Para você, quais são os componentes de uma circunferência?
4. Sem fazer uso de equações matemáticas, o que você entende por radiano.
5. Como podemos calcular o perímetro de uma circunferência?

6. Observe a figura abaixo:

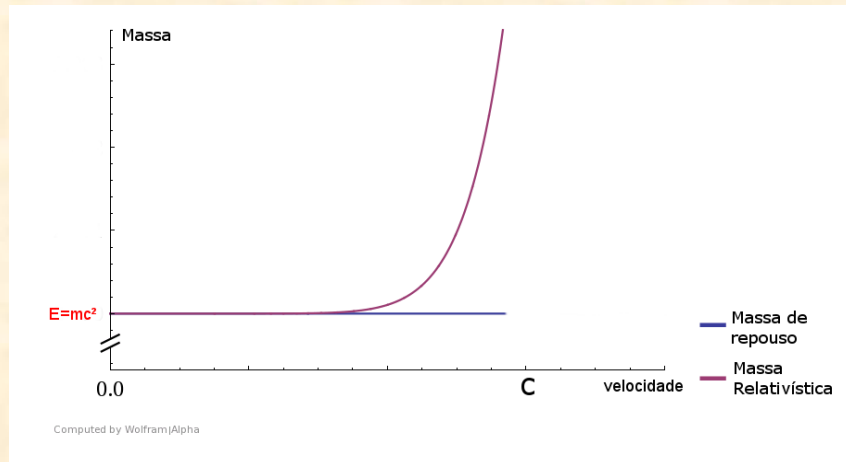
**Figura 02 – Figura sobre Rotação**



Fonte: o autor

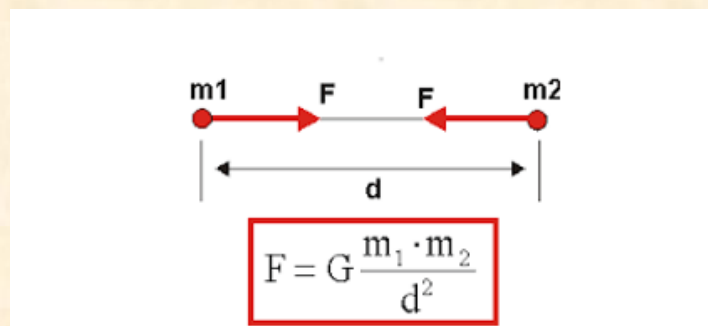
Dos itens enumerados na Figura 2, por favor, informe qual é o seu grau de conforto com relação a cada um deles, usando como referência os níveis Bom, Regular e Nenhum. Exemplo: 01B, 02R, 03N, 04B...

7. Observe com atenção o Gráfico da Figura 03, o que você pode dizer sobre o comportamento da massa relativística quando relacionada com o aumento da velocidade?

**Figura 03** - Gráfico Massa X Velocidade da Luz

Fonte: [simetriadegaugue.blogspot.com.br](http://simetriadegaugue.blogspot.com.br). Acesso feito em 09 ago. 2016

8. Observando o diagrama de forças da Figura 04, o que se pode dizer caso consideremos um aumento da massa do corpo  $m_2$  ?

**Figura 04** – Lei de Isaac Newton para a Gravitação Universal

Fonte: [www.alfaconnection.pro.br](http://www.alfaconnection.pro.br). Acesso em 09 ago. 2016

9. De acordo com a equação da figura 05, e considerando que o campo gravitacional na lua corresponde a 1/6 do campo gravitacional na Terra, o que você pode dizer sobre o peso na lua para uma pessoa que, na Terra, tem massa igual a 75Kg ?

**Figura 05** – Equação da força peso

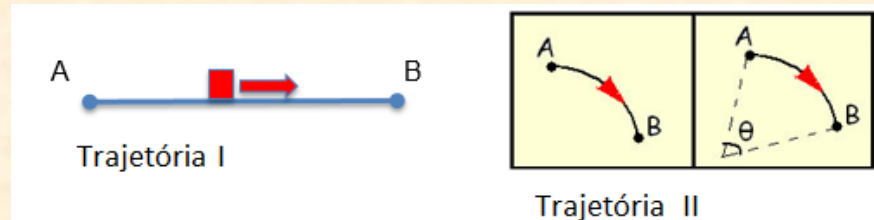
$$W = F = m . g$$

Fonte: o autor



10. Observando a figura 06, quais são os tipos de trajetória que você consegue identificar?

**Figura 06** – Tipos de Trajetórias



Fonte: o autor

11. De acordo com a Figura 07 e a equação que a define, a quantos radianos correspondem 180 graus ?

**Figura 07** – Espaço angular

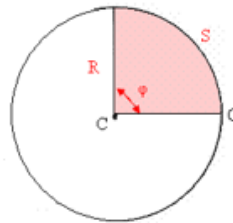


Figura 3.7 – Espaço angular

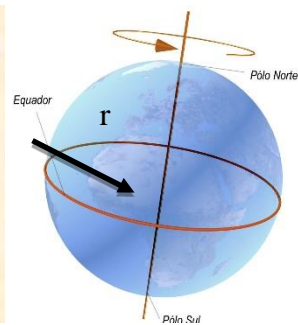
Acesso em 09/08/2016 - [www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Cinematica/mc.php](http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica/Cinematica/mc.php)

$$\varphi = \frac{S}{R} \text{ rad} \rightarrow (\text{Para } S = 360^\circ) S = 2\pi R \rightarrow \varphi = \frac{2\pi R}{R} \text{ rad} \rightarrow \varphi = 2\pi$$

Fonte: [www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica?Cinematica/mc.php](http://www.sofisica.com.br/conteudos/Mecanica?Cinematica/mc.php). Acesso em 09 ago. 2016.

12. O deslocamento \_\_\_\_\_ está para o movimento linear, assim como o deslocamento circular está para o movimento \_\_\_\_\_.
13. Observando a figura 8, considerando que o raio equatorial da Terra é de 6.378Km, e que a mesma está em rotação constante em torno de seu eixo, qual a velocidade escalar que uma pessoa em algum ponto do equador percebe com relação ao centro da Terra ?

**Figura 08 – Raio equatorial da Terra**



**Fonte:** <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=56709>  
Acesso em 09 ago. 2016

14. Um helicóptero (figura 9) tem as hélices do rotor principal girando a uma frequência de 7,8Hz, qual a sua velocidade angular em  $rpm$  e em  $rad/s$  ?

**Figura 09 – Helicóptero em voo**



**Fonte:** <http://www.helibras.com.br> Acesso em 10 ago. 2016.

15. Uma aeronave com propulsão à hélice (figura 10) está com o seu motor ajustado para um regime de rotação de 1320rpm. Quanto tempo leva para a hélice realizar uma volta completa?

**Figura 10 – Aeronave Biplano**



**Fonte:** <https://pt.dreamstime.com/imagem-de-stock-royalty-free-no1-antigo-do-biplano-image10036>.  
Acesso em 10 ago. 2016.

16. O rotor de cauda de um helicóptero (figura 11) está a uma velocidade angular de 1740rpm. Considerando que o raio da pá é de 1,2m, qual a velocidade linear de sua ponta em  $km/h$  ?

**Figura 11 – Rotor de cauda**



**Fonte:** <https://pt.depositphotos.com/13646360/stock-photo-berlin-september-14-tail-rotor.html>.  
Acesso em 10 ago. 2016

17. O tacômetro (figura 12) é um instrumento também utilizado no motor convencional a pistão, e tem como função mostrar em tempo real, a rotação do eixo virabrequim do motor. Qual a velocidade angular do motor em  $rad/seg$  quando o instrumento estiver marcando 2400 rpm ?

**Figura 12 – Tacômetro**



**Fonte:** <http://skywingsinternacional.com.br/pecas/228-tacometro-iluminado-cessna-pn-s3329-6>  
Acesso em: 16 Ago. 2016

18. A engrenagem motora da bomba de óleo do motor (figura 13) tem um diâmetro de 40mm e opera com uma rotação máxima de 1900rpm. Determine a velocidade linear de um ponto na extremidade da engrenagem.

**Figura 13 – Bomba deslocamento positivo**



**Fonte:** <http://www.ebah.com.br/content/ABAAAqawAJ/bombas-deslocamento-positivo>  
Acesso em: 16 Ago. 2016

19. Uma aeronave encontra-se pilonada (figura 14), ou seja, perpendicular a uma superfície plana. A aeronave, ao ser puxada pela cauda, leva 6s para deixar a posição vertical e ficar no chão na posição horizontal. Determine o valor aproximado da velocidade angular média de queda dessa aeronave.

**Figura 14 – Aeronave pilonada**



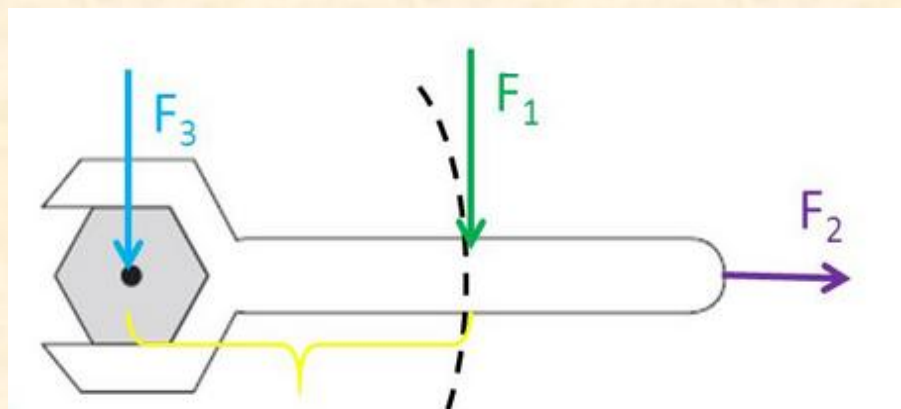
**Fonte:** <http://voarnews.blogspot.com.br/2009/01/> - Acesso em: 16 ago. 2016

20. Com relação ao movimento circular uniforme (MCU), indique o que for correto.
- O período é diretamente proporcional à frequência de giro de um corpo em MCU.
  - Sabendo que o período de giro do ponteiro dos minutos é de 1 min, podemos dizer que a sua frequência será, aproximadamente, de 0,017 Hz.
  - Se a frequência do ponteiro dos segundos é de 1 min, podemos calcular a sua frequência aproximada como de 0,017 Hz.
  - A frequência é diretamente proporcional ao período.
  - Um corpo que gira com frequência de 20 Hz possui período igual a 0,05s.



22. Quando um corpo extenso está sujeito à ação de forças de resultante não nulas, ele pode adquirir quais tipos de movimento simultaneamente?
- Translação, rotação, ambos.
  - Aplicação, rotação, relação.
  - Translação, relação, rotação.
  - Equilíbrio, rotação, ação.
  - Equilíbrio, relação, ambos.
23. Em relação à Figura 15 podemos afirmar que:

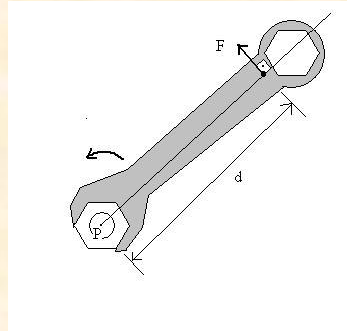
**Figura 15** – Aplicação de força X Torque



Fonte: <http://slideplayer.com.br/slide/5824043/>. Acesso em 10 ago. 2016

- A Força  $F_1$ , perpendicular ao braço da alavanca não produz o momento ou torque máximo.
  - A Força  $F_2$ , radial ao braço da alavanca não produz momento ou torque nenhum.
  - A Força  $F_3$ , aplicada ao centro do parafuso produz momento ou torque.
24. Um mecânico instalará um cilindro em um motor convencional a pistão Lycoming. Segundo o manual deste motor, o torque ( $\vec{\tau} = r * \vec{F}$ ) de aperto de cada um dos 06 parafusos que prendem o cilindro ao bloco é de 25Nm. Qual a força a ser aplicada pelo mecânico na extremidade da chave (figura 16) sabendo que o mecânico utilizará uma chave combinada de 3/8" que apresenta um braço (d) de alavanca de 15cm (0,15m)?

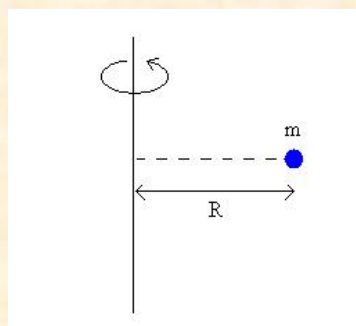
**Figura 16 – Chave combinada X Torque aplicado**



**Fonte:** <http://slideplayer.com.br/slide/5824043/>. Acesso em 16 ago. 2016

25. Que nome recebe a resistência à mudança no movimento rotacional, ou seja, à mudança em sua velocidade angular?
- Momento linear.
  - Momento angular.
  - Momento de inércia.
  - Torque de aperto.
26. Considerando a Figura 17, qual o momento de inércia ( $I = M * R^2$ ) do corpo “m”, sabendo que o mesmo está a 3 metros do seu eixo de rotação e possui uma massa de 5kg?

**Figura 17 – Momento de inércia de um corpo pontual**

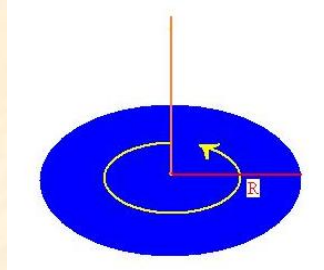


**Fonte:** <http://www.infoescola.com/mecanica/momento-de-inercia/>. Acesso em 16 ago. 2016

27. Qual o momento de inércia ( $I = \frac{1}{2} * M * R^2$ ) para um disco de massa igual a 20 gramas que gira em torno de um eixo imaginário que passa pelo seu centro, cujo raio é igual 80 centímetros, como mostra a figura 18?



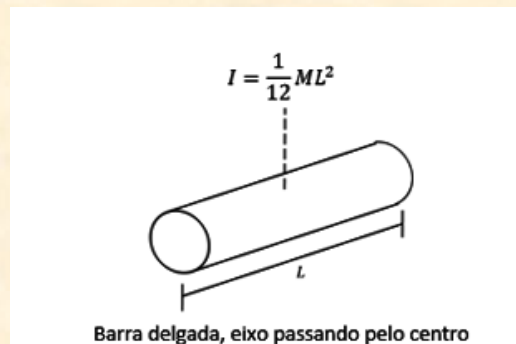
**Figura 18** – Momento de inércia de um Compact Disc (CD)



**Fonte:** <http://www.infoescola.com/mecanica/momento-de-inercia/>. Acesso em 16 ago. 2016

28. Determine o momento de Inércia do corpo apresentado na Figura 19, sabendo-se que o comprimento ( $L$ ) é de 2 metros e a massa é de 15 kg.

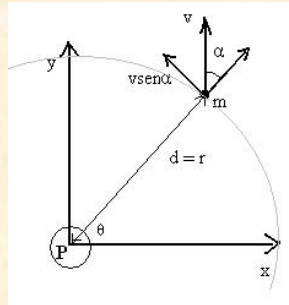
**Figura 19** – Momento de Inércia de uma barra delgada



**Fonte:** <https://www.respondeai.com.br/resumos/4/capitulos/1/exercicios/168>. Acesso em 16 ago. 2016

29. Que nome recebe a quantidade de movimento associado a um objeto que executa um movimento de rotação em torno de um ponto fixo, conforme mostra a Figura 20, e dado pela equação  $\vec{L} = Q\vec{d} \text{ sen}\theta$ , ou ainda,  $\vec{L} = I \vec{\omega}$ .

**Figura 20** – Decomposição de forças que agem em um corpo que gira



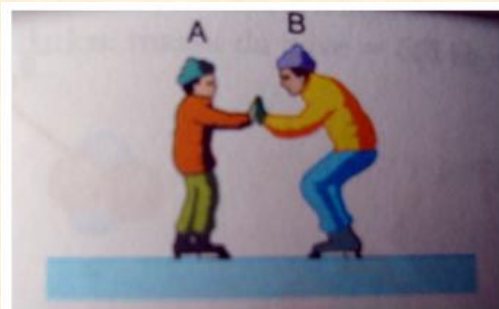
**Fonte:** <http://www.infoescola.com/mecanica/momento-angular/>. Acesso em 16 ago. 2016

30. Dois garotos de massa ( $M_{\text{garoto A}}$ ) e ( $M_{\text{garoto B}}$ ) empurram-se mutuamente sobre uma superfície com atrito desprezível. De acordo com a Figura 21, ( $V_A = V_B = 0$ ), portanto ( $Q_{\text{antes}} = 0$ ). Na sequência da Figura 22, após o empurrão ( $Q_{\text{após}} = 0$ ), temos ( $M_{\text{garoto A}} * V_A$ ) + ( $M_{\text{garoto B}} * V_B$ ) = 0, logo;

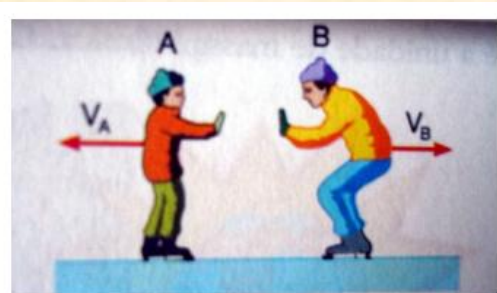
$$V_A = - \frac{M_{\text{garoto B}} * V_B}{M_{\text{garoto A}}}. \text{ Isto representa o quê?}$$

- Conservação do momento linear.
- Conservação do momento angular.
- Quantidade de movimento angular.
- Quantidade de momento angular

**Figura 21** - Dinâmica das rotações 1



**Figura 22** - Dinâmica das rotações 2



**Fonte:**

<http://www.ufjf.br/joaouxiii/files/2009/02/dinamica-das-rotacoes.pdf>  
Acesso em: 16 ago. 2016

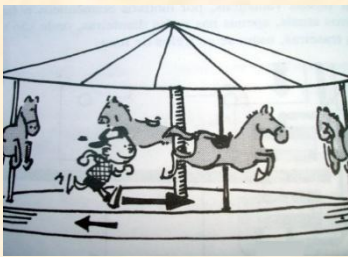
**Fonte:**

<http://www.ufjf.br/joaouxiii/files/2009/02/dinamica-das-rotacoes.pdf>  
Acesso em: 16 ago. 2016

31. Qual das figuras abaixo representa:

- Quantidade de movimento ( $\vec{q} = m * \vec{v}$ )
- Conservação de energia (Momento Angular  $\Rightarrow I_i \vec{\omega}_i = I_f \vec{\omega}_f$ )
- Momento ou torque ( $\vec{\tau} = r \times \vec{F}$ )

**Figura 23 - Dinâmica das rotações 1**



**Figura 24 - Dinâmica das rotações 2**



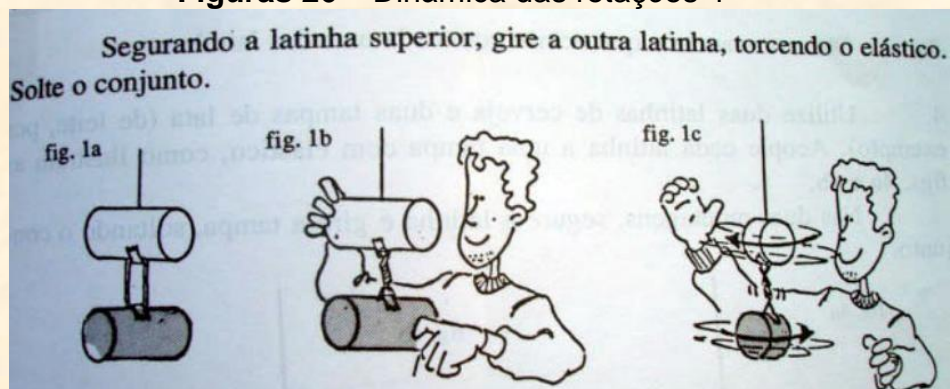
**Figura 25 - Dinâmica das rotações 3**



Fonte 23, 24 e 25: <http://www.ufjf.br/joaoxxiii/files/2009/02/dinamica-das-rotacoes.pdf>. Acesso em 16 ago. 2016

32. Considerando  $\vec{L} = I\vec{\omega} = constante \Rightarrow I_i \vec{\omega}_i = I_f \vec{\omega}_f$ , podemos dizer que está sendo apresentado, na figura 26, um modelo de :

**Figuras 26 – Dinâmica das rotações 4**

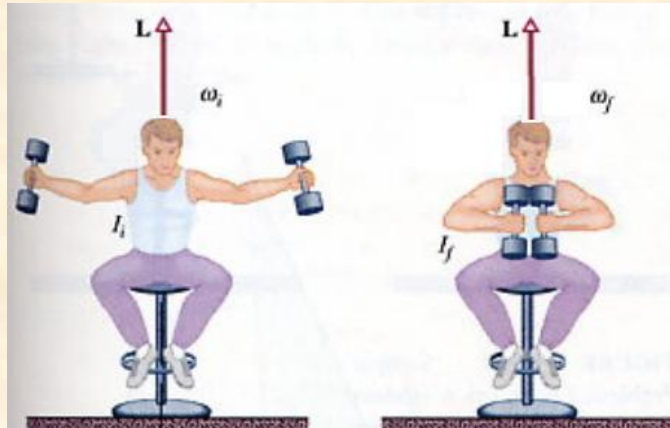


Fonte: <http://www.ufjf.br/joaoxxiii/files/2009/02/dinamica-das-rotacoes.pdf>

- Momento de Inércia
- Momento linear
- Conservação de energia
- Momento angular

33. Considerando a Figura 27, quando o atleta recolhe seus braços, o que acontece com o momento de inércia ( $I$ ) e com a velocidade angular ( $\omega$ ) ?

**Figura 27 - Conservação de energia 1**

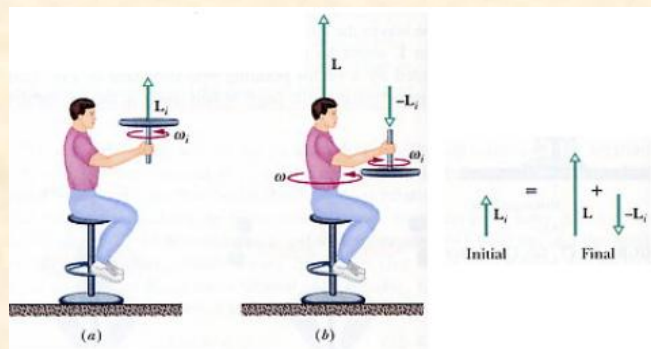


Fonte: <http://midia.cmais.com.br/assets/file/original/> (adaptado). Acesso em 16 ago. 2016

34. Dados :  $I_{bic} = 1,2 \text{ kgm}^2$  ;  $I_{tot} = 6,8 \text{ kgm}^2$  ;  $\omega_{ini} = 3,9 \text{ rot}/s$  .

Observando a Figura 28 e considerando a lei de conservação da energia, calcule:

**Figura 28 - Conservação de energia 2**



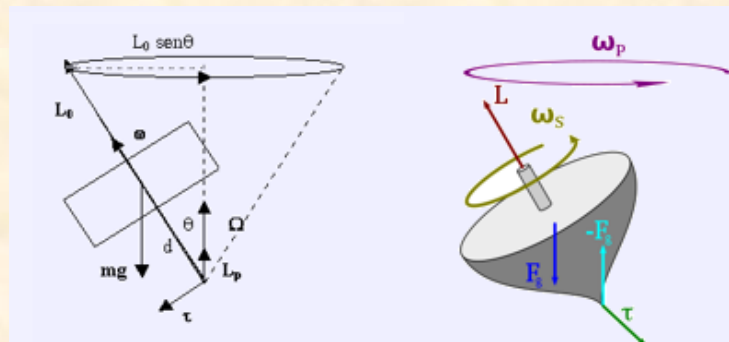
Fonte: <http://midia.cmais.com.br/assets/file/original/> (adaptado). Acesso 16 ago. 2016

- Momento angular inicial do sistema roda de bicicleta + rapaz + banco
- Momento angular quando o rapaz inverte o sentido de rotação da roda da bicicleta?
- Momento angular final do sistema?
- Rotação angular final do sistema?



35. A rotação de um pião que gira, conforme a Figura 29, no plano horizontal é conhecida como precessão giroscópica. Esta frequência de precessão é dada pelo modelo ( $\omega_p = \frac{(Mg)r}{I\omega}$ ), ou seja, ( $\omega_p = \frac{\tau}{L}$ ). Com base nesta colocação, responda às questões abaixo.

**Figura 29 - Diagrama de forças no girar de um pião**

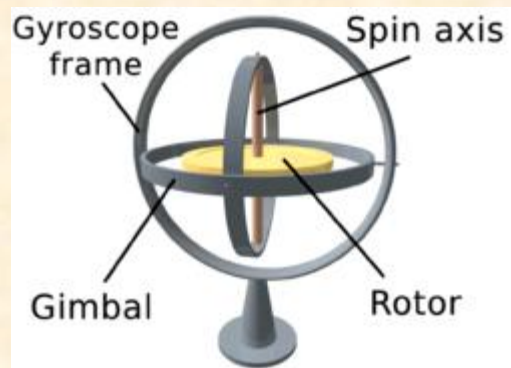


**Fonte:**

[http://imagem.casadasciencias.org/online/36849199/23\\_giroscopio-teoria.htm](http://imagem.casadasciencias.org/online/36849199/23_giroscopio-teoria.htm)  
(adaptado). Acesso em 16 ago. 2016

- O que acontece com a frequência de precessão quando o torque aumenta?
  - O que acontece com a frequência de precessão quando o momento angular aumenta?
  - Como podemos aumentar o momento angular?
36. O período de uma precessão do corpo (peão) apresentado na Figura 29 é dado pela relação  $\omega_p = \frac{2\pi}{T_p} \Rightarrow T_p = \frac{2\pi}{\omega_p}$ , ou ainda,  $T_p = \frac{4\pi^2 I_s}{m g r T_s} = \frac{4\pi^2 I_s}{\tau T_s}$ , sendo assim o que acontece com o período de precessão se aumentarmos a velocidade do peão?
- Aumenta o período de precessão do peão.
  - Diminui o período de precessão do peão.
  - Não altera o período de precessão do peão.
37. Qual das partes do instrumento apresentado na Figura 30 é a responsável por prover o momento de inércia do conjunto e, assim, definir o valor do momento angular  $\vec{L} = I\vec{\omega} \Rightarrow (m \cdot r^2)\vec{\omega}$  ?

**Figura 30** – Giroscópio padrão



**Fonte:** <https://en.wikipedia.org/wiki/Gyroscope>. Acesso em 16 ago. 2016

- a. Gyroscope frame.
- b. Spin axis.
- c. Gimbal.
- d. Rotor.



### 1.1.5 GABARITO DO TESTE DE CONHECIMENTO EM FÍSICA

1. a.
2. b.
3. Os componentes de uma circunferência são o raio, o diâmetro e o perímetro.
4. Radiano é a relação expressa pelo comprimento da circunferência e o raio da mesma.
5.  $2 * \pi * r$ , em que  $r$  é o raio da circunferência.
6. Resposta de caráter individual.
7. A massa relativística aumenta com o aumento da velocidade.
8. Ocorre um aumento da força de atração ( $F$ ) entre os corpos.
9. Seu peso será menor.
10. I-Trajatória linear e II trajetória circular.
11.  $180^\circ$  corresponde a  $\pi \text{ rad}$ .
12. Linear, circular.
13.  

$$v = \omega r \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{t} \rightarrow v = \frac{2\pi}{t} r \rightarrow v = \frac{6,28}{24h} \cdot 6378 \text{ km} \rightarrow v = 1669 \text{ km/hr}$$
14.  $\omega = f * 60 = 468 \text{ rpm} \rightarrow \omega = 2\pi f = 49 \text{ rad/s}$
15.  $F = \frac{1320 \text{ rpm}}{60} = 22 \text{ Hz} \rightarrow T = \frac{1}{F} = 45 \text{ ms}$
16.  

$$\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot \frac{1740 \text{ rpm}}{60} = 182,21 \text{ rad/s} \rightarrow v = \omega r = 182,2 * 1,2$$

$$= 218,65 \text{ m/s} \rightarrow v = 218,65 * 3600 = 787,15 \text{ km/hr}$$
17.  $\omega = 2\pi \cdot f \rightarrow 2\pi \cdot \frac{2400 \text{ rpm}}{60} \text{ rad/s} \rightarrow \omega = 251,3 \text{ rad/s}$
18.  $v = \omega r \rightarrow \omega = 2\pi \cdot f \rightarrow v = 2\pi \cdot f \cdot r = 2\pi \cdot \frac{1900 \text{ rpm}}{60} \cdot 0,04 \text{ m} = 7,958 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \text{ ou } 480 \frac{\text{m}}{\text{m}}$
19.  $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\pi/2}{6} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{\pi}{12} = 0,262 \text{ rad/s} \text{ ou } 15^\circ/\text{s}$
20. As alternativas “b” e “e” estão corretas.
21. A alternativa correta é a “a”.
22. As alternativas “a” e “c” são falsas.

23.

$$\tau = F * r * \text{sen}\theta = \rightarrow 25Nm = F * 0,15 * 1 \rightarrow F = 25Nm / 0,15m \rightarrow F = 166N (16,6Kgf)$$

24. A alternativa correta é a "c" .

25.  $I = M * R^2 \rightarrow 5 * 3^2 \rightarrow 45kgm^2$

26.  $I = \frac{1}{2} * M * R^2 \rightarrow \frac{1}{2} * 0,02 * (0,8)^2 \rightarrow 0,08kgm^2$

27.  $I = \frac{1}{12} * M * L^2 \rightarrow \frac{1}{12} * 15 * 4^2 \rightarrow 5kgm^2$

28. Momento angular.

29. A alternativa correta é "a".

30. Figura 24 = a ; Figura 23 = a ; Figura 25 = c .

31. A alternativa correta é a "c".

32. O momento de inércia diminui e a velocidade angular aumenta.

33. Respostas:

a.

$$b. L_{ini} = L_{bic} = I_{bic} * \omega_{ini} \Rightarrow 1,2 kgm^2 * 3,9 rot/s \Rightarrow L_{ini} = 4,68 kgm^2s^{-1} \text{ onde } s^{-1} = rad/s$$

$$L_{bic} = -L_{ini} = -4,68 kgm^2s^{-1} \text{ onde } s^{-1} = rad/s$$

c.  $L_{fin} = L_{bic} + L_{rapaz} = L_{rapaz} - L_{ini}$

*Considerando a Conservação momento angular, então :*

$$L_{fin} = L_{ini} \Rightarrow L_{rapaz} - L_{ini} = L_{ini} \Rightarrow L_{rapaz} = 2L_{ini}$$

d.  $L = I * \omega \Rightarrow I_{tot} * \omega = 2 * I_{bic} * \omega_{ini} \Rightarrow \omega = \frac{2 * I_{bic} * \omega_{ini}}{I_{tot}} = 1,4 rot/s$

34. Respostas.

a. A frequência de precessão aumenta.

b. A frequência de precessão diminui.

c. Aumentando-se a velocidade angular do corpo que gira (peão).

35. A alternativa correta é a "a" .

36. A alternativa correta é a "d".

### **1.1.6 Distribuição da apostila**

Neste momento, devem ser entregues as apostilas e comentados seus objetivos.

## **1.2 Desenvolvimento do segundo encontro**

### **1.2.1 Objetivos**

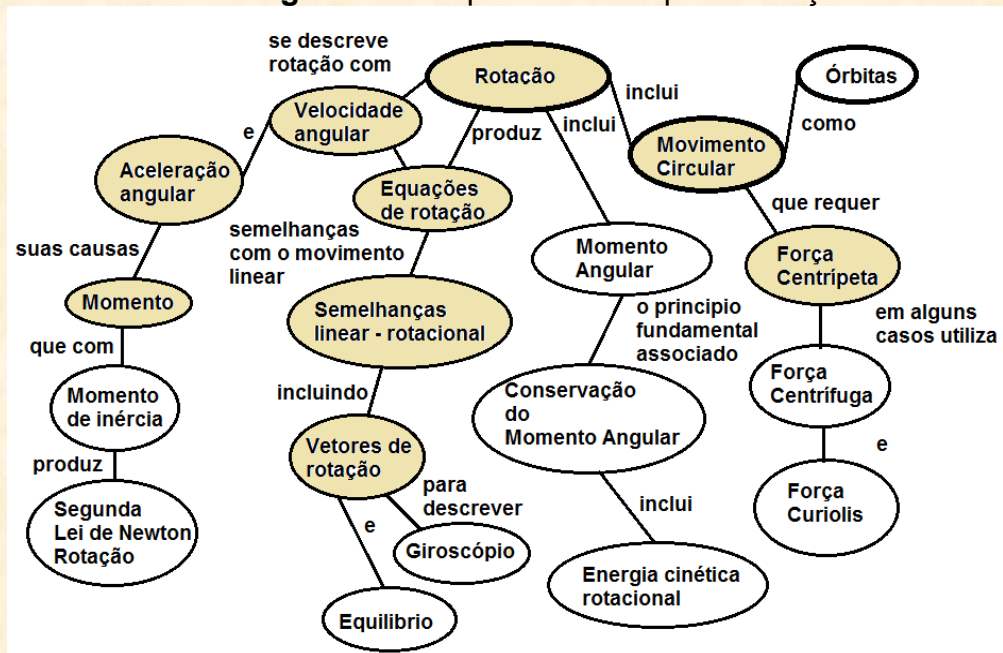
- a. Aula teórica
  - i. Velocidade Linear
  - ii. Radiano
  - iii. Velocidade Angular
  
- b. Aula prática - Experimentos
  - i. Hélice, Trena, Protactor e Tacômetro óptico
    - 1. Velocidade linear
    - 2. Velocidade angular

### **1.2.2 Aula teórica sobre velocidade linear, radiano e velocidade angular**

Fazendo uso do MI, abordar os capítulos; 1. Introdução, 2. Relacionando variáveis lineares e angulares, 2.1. Posição, 2.2. Velocidade e 2.3. Aceleração, e, em seguida, realizar os exercícios propostos nos respectivos capítulos. Desta maneira, os assuntos velocidade linear, radiano e velocidade angular serão abordados, dando condições para a sequência de experimentos que serão praticados.

Na sequência, provocar discussão, junto ao grupo de alunos, com base no mapa conceitual da Figura 31:

**Figura 31 : Mapa conceitual para Rotação**



Fonte: o autor

### 1.2.3 Aula prática – Experimento 01

Este experimento envolve o uso de uma hélice (Figura 32), uma trena e um protactor (figura 34) ou inclinômetro. Neste experimento, abordaremos dois assuntos, quais sejam: velocidade linear e velocidade angular. Esta aula deverá ser realizada em um dos laboratórios do Hangar.

**Figura 32:** Experiência 01 - Hélice instalada na aeronave



Fonte: <http://papodehangar.blogspot.com.br/>

**Figura 33:** Experiência 01 - Pá da hélice já dividida em 03 estações de igual comprimento.



Fonte: o autor



A hélice deverá ter uma de suas pás divididas em 03 seções, devidamente identificadas com fita crepe, como mostrado na figura 33. Nestas seções deverá ser realizada a medição do ângulo de incidência com o protactor ou inclinômetro, como mostrado nas figuras 34 e 35. Em seguida, deverá ser solicitado aos alunos, preferencialmente divididos em grupos, que calculem a velocidade linear em cada uma das seções para uma dada velocidade angular, conforme mostrado na figura 36, sendo que esta velocidade angular deverá ser obtida em manuais, disponíveis na *internet*, que tratam, de alguma maneira, das características da hélice utilizada no experimento.

**Figura 34:** Experiência 01 - Protactor ou medidor de nível angular.



**Fonte:** o autor

**Figura 35:** Experiência 01 - Medição do grau de incidência da pá em cada uma das estações usando o protactor.

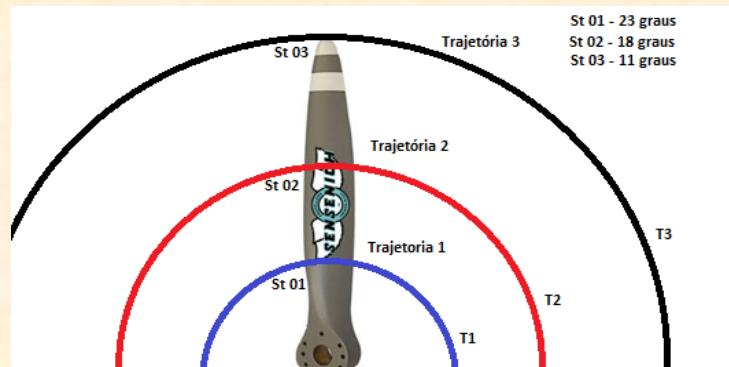


**Fonte:** o autor

Ainda aproveitando este momento, deve ser solicitado aos alunos que determinem, para a velocidade angular definida, quais são os valores de frequência e período.

A ideia central deste experimento é dividir uma das pás da hélice em 03 seções de igual comprimento, conhecidas como estações (St - station), sendo estas: estação 01 ( $St_{01}$ ), estação 02 ( $St_{02}$ ) e estação 03 ( $St_{03}$ ). Para tanto, usaremos uma fita adesiva de papel (fita crepe), que será colada à superfície da hélice, conhecida como extradorso, e, sobre esta fita, com o auxílio de uma trena (em metros) e uma caneta para marcação, realizaremos a divisão e a marcação de três partes iguais.

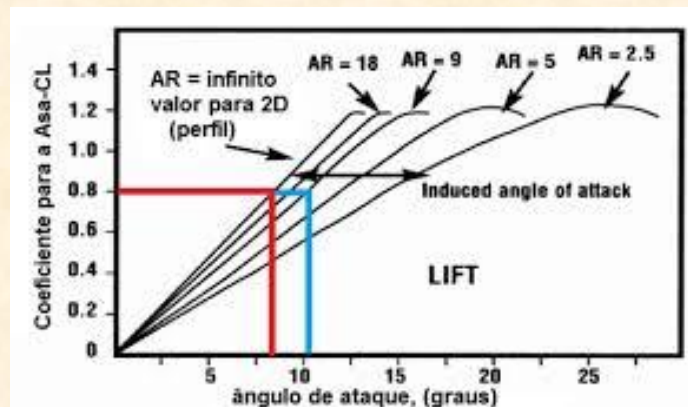
**Figura 36:** Experiência 01 - Experimento proposto para o cálculo da velocidade linear



**Fonte:** o autor

Os alunos deverão pesquisar, na *Internet*, gráficos que apresentem o comportamento do coeficiente de sustentação de um aerofólio, conforme o exemplo apresentado na figura 37, e, a partir de um destes gráficos, deverão elaborar um texto simples que explique a razão da variação do ângulo de incidência da hélice ao longo de seu comprimento.

**Figura 37:** Experiência 01 - Variação do  $C_L$  para mudanças do ângulo de ataque.



**Fonte:** o autor

Neste caso em particular vamos considerar o ângulo de incidência = ângulo de ataque

Em seguida, observando todos os procedimentos do SGSO (Sistema de Gerenciamento da Segurança Operacional), deverá ser realizado o acionamento do motor da aeronave equipada com a mesma hélice, já devidamente marcada com a fita crepe em suas três seções, e, com a utilização do tacômetro óptico, deverá ser realizada a medição da velocidade angular em cada uma das três seções ou trajetórias, de forma a comprovar que, de fato, a velocidade angular é constante.



**Figura 38:** Experiência 01 - Tacômetro óptico utilizado na medição



**Fonte:** o autor

**Figura 39:** Experiência 01 - Realizando a medição da velocidade angular da hélice.



**Fonte:** o autor

Este procedimento tem como objetivo apresentar a ferramenta de medição de rotação, o princípio de leitura óptica e a velocidade angular constante em qualquer uma das trajetórias.

### 1.3 Desenvolvimento do terceiro encontro

#### 1.3.1 Objetivos

- a. Aula teórica
  - i. Translação e rotação
  - ii. Braço de uma alavanca
  - iii. Força aplicada
  
- b. Aula prática - Experimentos 02 e 03
  - i. Torquímetro de estalo e torquímetro de vara e balança de peixeiro
    1. Torque ou momento
  - ii. Hélice, balança de peixeiro
    1. Torque ou momento

#### 1.3.2 Aula teórica sobre translação, rotação e torque

Sugere-se que seja abordado o capítulo 3 da apostila: Torque. Na sequência, devem ser resolvidos os exercícios propostos no capítulo. Desta forma, os assuntos: translação, rotação, braço de alavanca, força aplicada e torque serão abordados, dando condições para a sequência de experimentos que serão praticados.

Em seguida, deve ser provocada a discussão, junto ao grupo de alunos, sobre a Figura 40:

**Figura 40 : Torque**

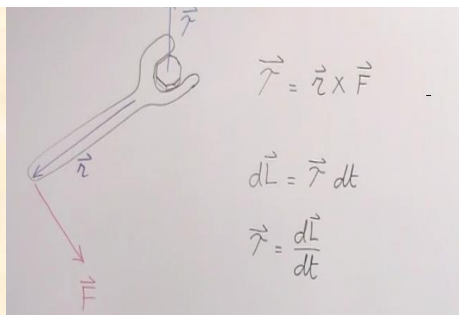


Fonte: o autor

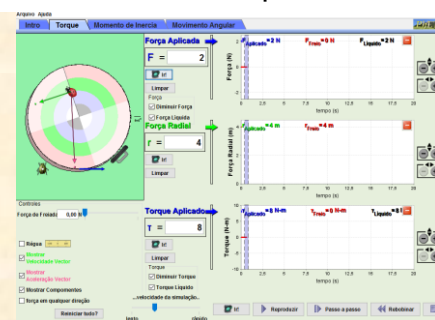
### 1.3.3 Aula prática – Experimento 02 e 03

Antes de iniciar a prática de experimentos, o professor deverá utilizar o programa de simulação da empresa *PHET Interactive Simulations* (Disponível em: [https://phet.colorado.edu/pt\\_BR/simulation/torque](https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/torque) - figura 42) para que os alunos possam experimentar a variação dos valores de forma dinâmica.

**Figura 41: Matemática a ser discutida nos experimentos 02 e 03**



**Figura 42 : Tela da Aba de Simulação de Torque do Simulador de Torque da PHET**



Fonte figuras 41 e 42: [https://phet.colorado.edu/pt\\_BR/simulation/torque](https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/torque). Acesso 16 ago. 2016

O professor deverá, para tal feito, utilizar o projetor multimídia. Na apresentação, deve ser demonstrado o funcionamento do aplicativo, evidenciando claramente como operá-lo.

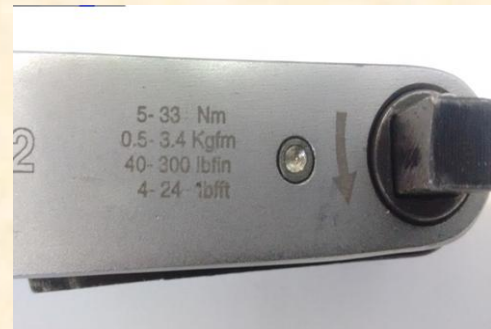
Após realizada a explicação sobre o funcionamento do *software*, a sugestão é dividir os alunos em grupos de, no máximo, 04 elementos. Além disso, deve-se pedir para que os alunos sugiram mudanças nos controles do aplicativo. Outra sugestão é, no momento da mudança nos controles, pedir para que os alunos antecipem os resultados dos gráficos e imagem resultantes da mudança nos comandos do aplicativo.

**Figura 43** : Experiência 02.  
Encaixando o soquete de 3/8" do  
Torquímetro de estalo no parafuso  
do conjunto da hélice



Fonte: o autor

**Figura 44** : Faixa de medição  
disponível no torquímetro  
de 0,5 a 3,4 Kgfm



Fonte: o autor

Outro quesito importante para ser explorado neste experimento é a apresentação de ferramentas que serão utilizadas durante os trabalhos de manutenção nas aeronaves, como o apresentado através das figuras 43 e 44, por exemplo: chaves fixas, combinadas, cabos de força, etc.

A Experiência 02 fará uso de um torquímetro de estalo e uma balança de peixeiro (Figura 45 e 46), também conhecida como dinamômetro. Assim, deve ser apresentada aos alunos a ferramenta "Torquímetro de Estalo". Além disso, devem ser discutidos o manuseio e funcionalidades da ferramenta, conforme sugere a figura 41. Em seguida, o professor deve lançar mão de um parafuso, que prende o conjunto de controle do passo da hélice ao motor convencional (ou qualquer outro parafuso que possa ter uma prática semelhante), para realizar a instalação do soquete do



torquímetro adequado a este parafuso, a fim de aplicar o torque de aperto especificado pelo fabricante do conjunto, ou da aeronave.

**Figura 45 :** Balança de mola conhecida também como balança de peixeiro



Fonte: o autor

**Figura 46 :** Faixa de medição disponível na balança de peixeiro de 1 à 11kgf



Fonte: o autor

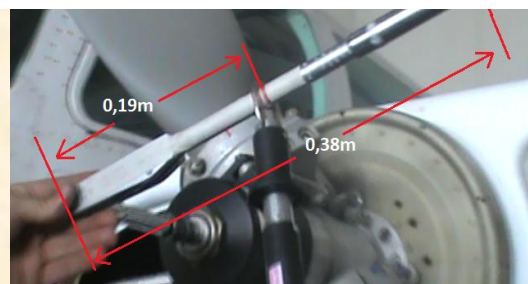
Estes últimos dados serão importantes para os alunos, pois eles serão orientados a como consegui-los nos *sites* dos fabricantes ou em outros sítios de confiança na *internet*.

**Figura 47 :** Experiência 02. Calibrando o torquímetro par a 1 kgf.m



Fonte: o autor

**Figura 48 :** Experiência 02. O braço do torquímetro foi dividido em duas seções. St<sub>01</sub> de 0,19m e a St<sub>02</sub> de 0,38m



Fonte: o autor

Deve ser salientada aos alunos, neste momento, a possibilidade de utilização de diferentes unidades de medida para o mesmo fim, dependendo do sistema utilizado, situação muito comum no dia a dia do mecânico, pois, ora encontram-se especificações em *kg.f.m*, ora em *lb.ft.inch*. Assim, a fim de prepará-los para estas adversidades, pode-se solicitar aos alunos que façam transformações de sistemas de unidade utilizando-se de *sites* da *internet*, por exemplo.

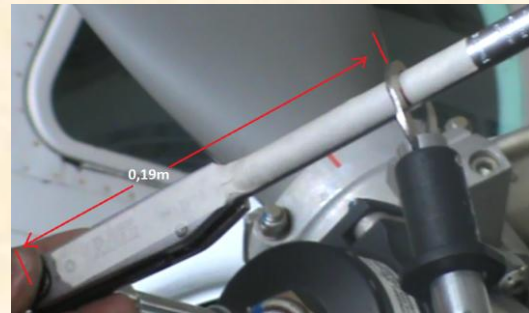
Com o valor do torque a ser aplicado já conhecido e sendo este compatível com a faixa de torque da ferramenta a ser utilizada, deve ser proposto aos alunos, novamente divididos em grupos, a realização da medição do tamanho do braço do torquímetro a ser utilizado, como sugerem as figuras 47 e 48. Com este valor os alunos devem realizar o cálculo da força a ser aplicada para alcançar o valor do torque requerido pelo fabricante.

**Figura 49 :** Experiência 02. Aplicando a força de  $5,2kgf$  no braço do torquímetro ( $St_{01}$ ) de  $0,19m$  calculado pelos alunos



Fonte: o autor

**Figura 50:** Experiência 02. Detalhe da aplicação de força de  $5,2kgf$  sendo medido com a balança de peixeiro



Fonte: o autor

A partir do resultado e utilizando a “balança de peixeiro” deve ser solicitado aos alunos que verifiquem o aperto, como sugerem as figuras 49 e 50. É possível propor variações no braço do torquímetro para que fique bem evidente a questão do aumento ou da diminuição da força a ser aplicada.

A Experiência 03 fará uso de um torquímetro de vara (figura 51) e uma “balança de peixeiro”, também conhecida como dinamômetro. Para tanto, deve ser apresentada aos alunos a ferramenta Torquímetro de Vara, explicando, com detalhes, seu funcionamento e forma de uso.

**Figura 51** – Torquímetro de vara



Fonte: o autor



No experimento 03, os alunos realizarão um procedimento de inspeção preventiva estabelecido pelo fabricante da aeronave que consiste em verificar o torque de aperto da hélice à flange do eixo virabrequim do motor convencional a pistão. Assim, de início, o professor deve apresentar, por meio do Manual do Fabricante (Figura 52), o processo de manutenção preventiva a ser aplicado, discuti-lo e colocá-lo em prática no hangar.

**Figura 52** - Torque de aperto dos parafusos da hélice Sensenich de acordo com o manual do fabricante

ATTACHING BOLT DIAMETER	RECOMMENDED WRENCH TORQUE
3/8 inch	23 to 25 lb-ft (280 to 300 lb-in) (31.6 to 33.9 newton-meters)
7/16 inch	40 to 45 lb-ft (480 to 540 lb-in) (54.2 to 61.0 newton-meters)
1/2 inch	60 to 65 lb-ft (720 to 780 lb-in) (81.3 to 88.1 newton-meters)

**Fonte:** Manual do fabricante da Hélice Sensenich

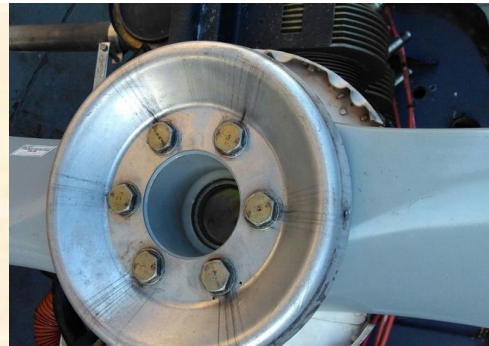
O professor deverá ter acesso aos parafusos que prendem a hélice à flange do motor convencional, como mostrado nas figuras 53 e 54, instalando o soquete do torquímetro de vara adequado a este parafuso para aplicar o torque de aperto especificado pelo fabricante da hélice ou da aeronave.

**Figura 53:** Experiência 03. Aeronave onde será realizado o procedimento técnico



**Fonte:** o autor

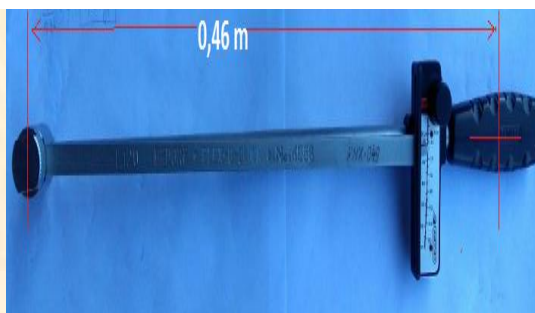
**Figura 54:** Experiência 03. Detalhe dos parafusos que prendem a hélice à flange do motor



**Fonte:** o autor

Com o valor do torque a ser aplicado já conhecido e sendo este compatível com a faixa de torque da ferramenta a ser utilizada, deve ser proposta aos alunos, novamente divididos em grupos, a realização da medição do tamanho do braço do torquímetro a ser utilizado (Figuras 55 e 56). A partir deste valor, os alunos devem fazer o cálculo da força a ser aplicada para alcançar o valor do torque requerido pelo fabricante.

**Figura 55:** Experiência 03. Detalhe da medida do braço do torquímetro de vara



**Fonte:** o autor

**Figura 56:** Experiência 03. Rascunho da matematização feita por um grupo de alunos

$$\begin{aligned}
 T &= F \cdot B \\
 3,5 \text{ kgfm} &= F \cdot 0,46 \text{ m} \\
 \frac{3,5 \text{ kgfm}}{0,46 \text{ m}} &= F \\
 7,6 \text{ kgf} &= F
 \end{aligned}$$

**Fonte:** o autor

Os alunos, neste momento do experimento, devem constatar que, quando aplicada a força calculada com base no braço do torquímetro medido, é possível alcançar, no torquímetro de vara, o valor definido no manual do fabricante, constatando, assim, que o torque aplicado está correto.

Ao final, a prática dos experimentos 02 e 03, conforme figuras 57 e 58, que fazem uso do torquímetro, deve servir para comprovar que a parte teórica está adequada. Os alunos devem ser deixados à vontade nos experimentos, sem que haja a preocupação com danos às aeronaves para os casos de erro ou manuseio errado das ferramentas.

Estes experimentos (2 e 3) são contundentes para evidenciarmos para os alunos que, ainda que as ferramentas necessárias não estejam disponíveis, é possível realizar os trabalhos solicitados, mesmo que de forma rudimentar.

**Figura 57:** Experiência 03A. Outras medições realizadas pelos alunos. Divisão da pá em seções St01 e St02 ou braços.



Fonte: o autor

**Figura 58 :** Experiência 03A. Outras medições realizadas pelos alunos. Medição do torque necessário para girar a hélice em função do braço St01 e St02



Fonte: o autor

Além disso, estes experimentos (2 e 3), contribuem para a fixação de conhecimentos teóricos (apresentados em sala de aula e por meio do simulador virtual) e também para a apresentação de ferramentas de medição conhecidas como torquímetro, balança de mola e dinamômetro. Ademais, nestes experimentos são aplicados muitos conceitos da física que envolvem as atividades diárias de um técnico de manutenção de aeronaves em célula.

## 1.4 Desenvolvimento do quarto encontro

### 1.4.1 Objetivos

- a. Aula teórica
  - i. Centro de massa
  - ii. Formas geométricas e seus momentos de inércia
  - iii. Momento angular
  - iv. Precessão giroscópica
  
- b. Aula prática - Experimentos
  - i. Roda de bicicleta
    - 1. Giroscópio
    - 2. Momento de inércia
    - 3. Precessão giroscópica



### 1.4.2 Aula teórica sobre: momento de inércia, giroscópio, momento angular e precessão giroscópica

Sugere-se que sejam abordados os capítulos: 2.4. Momento linear, Momento de inércia e 4. Momento angular. Na sequência, os exercícios propostos no capítulo devem ser resolvidos. Nesta aula, os assuntos giroscópio e precessão giroscópica serão abordados, dando condições para a sequência de experimentos que serão praticados.

Inicialmente deve ser provocada a discussão da Figura 59:

**Figura 59:** Conservação do momento angular



Fonte: o autor

### 1.4.3 Aula prática – Experimento 04

Antes de iniciar as atividades do experimento 04, deve ser apresentado aos alunos, através de um projetor de multimídia, o simulador digital desenvolvido pelo Laboratório Didático Virtual da Escola do Futuro da USP, cujo nome é “Uma Questão de Gravidade” (figura 60). Com este simulador pretende-se evidenciar a diferença entre as grandezas massa e peso.

**Figura 60** – Simulador na forma de um jogo para ensinar o que é o peso e o que é a massa e qual o papel da gravidade no universo



**Fonte:**

[http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/bitstream/handle/mec/4858/sim\\_fis\\_questaogravidade.htm?sequence=4](http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/bitstream/handle/mec/4858/sim_fis_questaogravidade.htm?sequence=4). Acesso 16 ago. 2016

O experimento 04 envolve os equipamentos: tacômetro óptico (figura 61), balança de precisão (figura 62), roda de bicicleta e motor elétrico.

**Figura 61** : Experiência 04.  
Tacômetro óptico utilizado para  
medir a rotação



**Fonte:** o autor

**Figura 62:** Experiência 04.  
Balança de precisão



**Fonte:** o autor

O tacômetro, apresentado na figura 61, realizará as medições de velocidade angular tanto por contato, como pelo princípio óptico. Já as medições de velocidade linear são realizadas apenas por contato. Este instrumento será utilizado em várias situações para obter parâmetros a serem aplicados nos cálculos.

A balança de precisão (figura 62) com fundo de escala de  $4\text{kgf}$  será necessária para que os alunos possam estabelecer a massa dos materiais envolvidos e o avaliar o comportamento desta nos experimentos.



**Figura 63 :** Experiência 04. Motor elétrico AC de 3570RPM, utilizado para acelerar a roda da bicicleta



Fonte: o autor

**Figura 64:** Experiência 04. Pedal utilizado para ligar e desligar o motor elétrico



Fonte: o autor

O motor elétrico de indução, apresentado na figura 63, será utilizado como forma de acelerar o corpo em prova – neste caso, a roda da bicicleta. O acionamento do motor será feito com um pedal pulsante, conforme exposto na figura 64, de modo a diminuir o escorregamento quando colocado o pneu da roda de bicicleta em contato com a superfície de seu rebolo.

**Figura 65:** Experiência 04. Medida do raio do rebolo, 0,66m, que irá acelerar a roda da bicicleta



Fonte: o autor

**Figura 66:** Experiência 04. Detalhe da película reflexiva que irá ser utilizada para a medição da rpm com o tacômetro óptico



Fonte: o autor

Os alunos deverão realizar o levantamento de dados do motor elétrico para determinar os parâmetros necessários para o experimento 04, de acordo com as figuras 65 e 66. Os dados são: velocidade angular do rebolo em *rpm*, medida com o

tacômetro no modo óptico ou no modo de contato, conforme apresentado nas figuras 67 e 68, e o raio do reboło em  $m$ , medido com uma trena. Além disso, os alunos deverão calcular a velocidade linear do reboło conforme exposto na equação abaixo:

$$V_{Linear\ Rebolo} = \omega_{Rebolo}(rpm) * r_{Rebolo}(m)$$

**Figura 67 :** Experiência 04. Medida da velocidade angular,  $3574rpm$ , do reboło de aceleração da roda da bicicleta, com o tacômetro óptico



Fonte: o autor

**Figura 68:** Experiência 04. Detalhe da medida de velocidade angular,  $3546 rpm$ , do reboło de aceleração da roda de bicicleta, com o tacômetro por contato.



Fonte: o autor

Os alunos deverão, ainda, trabalhar com os valores de medidas referentes aos parâmetros relevantes da roda de bicicleta. Para tanto, as informações acerca da roda da bicicleta, conforme as figuras 69 e 70, devem ser buscadas na *internet*, nos manuais dos fabricantes de bicicletas e de rodas para bicicletas. Com esta pesquisa os alunos entenderão o funcionamento do padrão de identificação internacional destes parâmetros e poderão interpretar as informações da roda, além de outras disponíveis na banda lateral do pneu.

**Figura 69:** Experiência 04. Roda da bicicleta com detalhe da película reflexiva para medição da rotação pelo tacômetro óptico



Fonte: o autor

**Figura 70:** Experiência 04. Diâmetro da roda da bicicleta de 26" impresso em alto relevo no pneu da bicicleta.

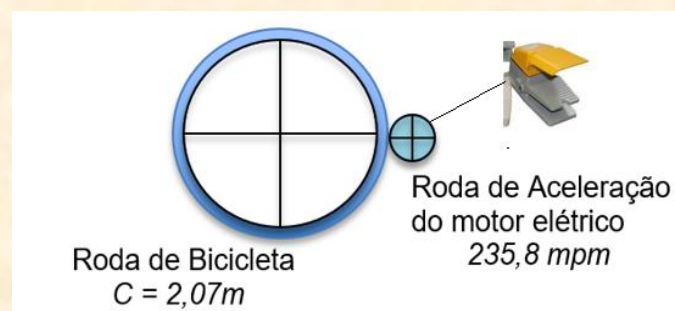


Fonte: o autor

Com as informações obtidas nos passos anteriores, deverá ser delegado aos alunos o cálculo do comprimento da circunferência da roda de bicicleta, conforme exposto na equação abaixo:

$$C_{Roda\ Bicicleta} = 2 * \pi * r_{Bicicleta}(m)$$

**Figura 71** – Diagrama do processo de aceleração da roda de bicicleta



Fonte: o autor

Além disso, os alunos deverão calcular a máxima velocidade angular da roda da bicicleta quando ela estiver em contato com a roda de aceleração do motor elétrico (rebolo), conforme apresentado pela figura 71 . O motor, por sua vez, deve estar em



rotação máxima, determinada em procedimento anterior. Para o cálculo da velocidade angular os alunos devem utilizar a equação abaixo:

$$V_{angular\ Roda\ Bicicleta} = \frac{V_{linear\ Rebolo}}{C_{Roda\ Bicicleta}}$$

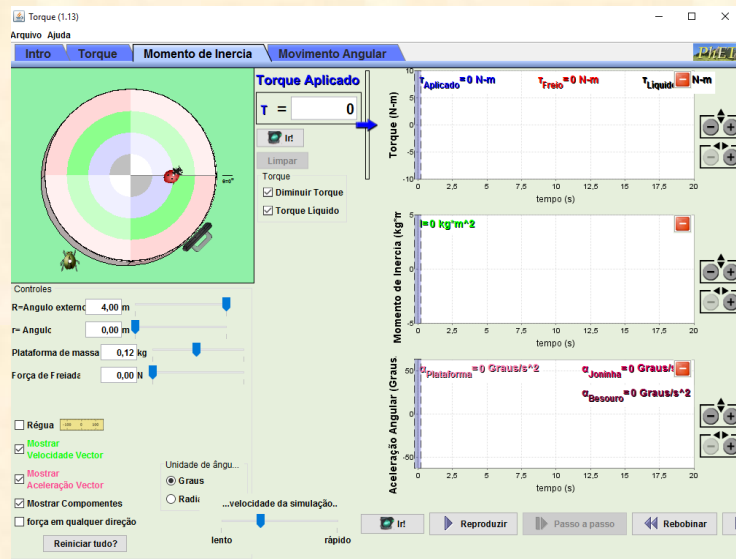
Nesta etapa do procedimento é possível que os alunos processem todas as informações recebidas para poderem calcular o momento de inércia da roda de bicicleta para as condições nominais. Poderá, com base nas informações contidas no MI, ser definida a utilização do modelo matemático para o cálculo de momento de inércia em corpos de anel fino que giram em torno de um eixo central, isto porque este é o modelo que mais se assemelha à roda de bicicleta. Na equação abaixo, vamos o cálculo do momento de inércia da roda de bicicleta:

$$I_{Roda\ Bicicleta} = m_{Roda\ Bicicleta} * r^2_{Roda\ Bicicleta}$$

Após este cálculo, é interessante suscitar a discussão com os alunos sobre qual a influência da velocidade angular, ou rotação, no momento de inércia da roda de bicicleta. Essa discussão deve clarear o fato de que a influência da velocidade angular se dá apenas devido à geometria do corpo, à distribuição de sua massa (considerada simétrica em toda a sua extensão) e à distância entre a massa e o centro de sua rotação.

Para auxiliar na compreensão do conteúdo e para que os alunos possam realizar o experimento com outros valores de massa do corpo e raio, uma vez que a roda de bicicleta não permite a mudança destes parâmetros tão facilmente, deve ser apresentado novamente o simulador “PHET *Interactive Simulations*” (Figura 72). Com o uso do *software*, os alunos poderão fazer a mudança dos parâmetros de massa e de raio livremente.

Figura 72 – Simulador PHET para momento de inércia



Fonte: o autor

Na sequência das discussões praticadas pelos alunos neste encontro, deverá ser encaminhado pelos mesmos os resultados obtidos na aplicação do cálculo do momento de inércia, de acordo com a equação abaixo:

$$L_{Roda\ Bicicleta} = m_{Roda\ Bicicleta} (kg) * (r_{Roda\ Bicicleta})^2 * \omega_{Roda\ Bicicleta}$$

Deve ser salientado aos alunos que a unidade de medida para o momento angular, no Sistema Internacional (SI), é o  $(kgm^2/s)$ . Assim, o professor deve destacar que a massa da roda de bicicleta está na unidade compatível, ou seja, em  $(kg)$ . O mesmo acontece com o raio da roda da bicicleta, que está em  $(m)$ . Assim, os alunos perceberão incompatibilidade na velocidade angular, uma vez que, em razão dos equipamentos de medição utilizados, ela estará sendo tratada em  $(rpm)$ , enquanto de acordo com o modelo matemático do SI, este valor deveria estar em  $rad/s$ .

Assim que os alunos entenderem a problemática, estes deverão realizar a conversão da unidade  $(rpm)$  para a unidade  $(rad/s)$ , usando o modelo:

$$1\ rpm = \frac{2\pi}{60} * \frac{rad}{s}$$



**Figura 73:** Experiência 04.  
Demonstrando o eixo de rotação  
do corpo.



Fonte: o autor

**Figura 74:** Experiência 04.  
Demonstração da rotação do  
corpo como um todo em torno do  
eixo  $x$



Fonte: o autor

Deve ser demonstrado aos alunos, como apresentam as figuras 73 e 74, com a roda de bicicleta sem rotação, ou seja, ( $V_{Angular} = 0 \text{ rpm}$ ) e, portanto, ( $L_{Roda\ Bicicleta} = 0 \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}}$ ), a rotação do plano da roda sobre os eixos imaginários  $x$  e  $y$ , salientado aos alunos que não houve, para movimentar a roda nestes dois eixos, nenhum tipo de dificuldade ou reação ao movimento provocado. Em seguida, deve ser acelerada a roda de bicicleta, no sentido do relógio (CW), por meio da utilização do motor elétrico, até a velocidade angular de  $X \text{ rpm}$ , ou seja,  $Y \text{ rad/s}$ .

**Figura 75:** Experiência 04.  
Demonstração da rotação do  
corpo como um todo em torno  
do eixo  $y$



Fonte: o autor

**Figura 76:** Experiência 04.  
Aplicado rotação na roda de  
bicicleta, ou seja, a velocidade  
angular é de  $113,9 \text{ rpm}$



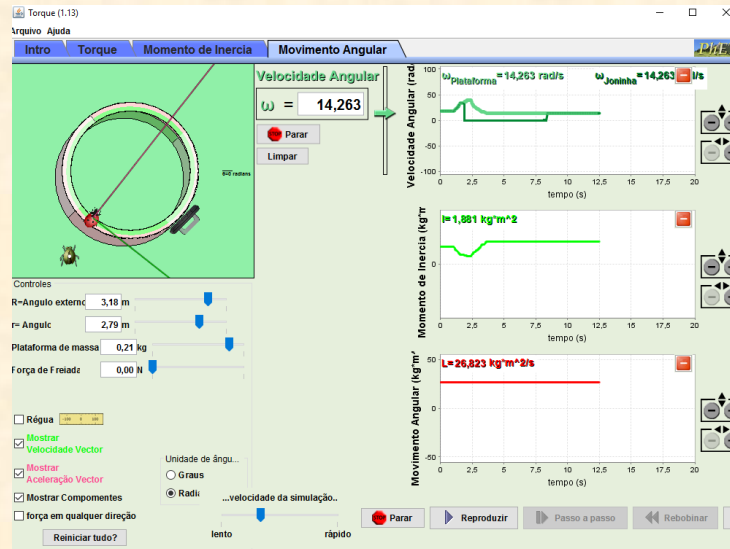
Fonte: autor

O próximo passo é solicitar ao aluno que estiver segurando a roda de bicicleta, agora em movimento, que tente provocar uma mudança no eixo  $x$ . Ao tentar, o aluno perceberá que a roda de bicicleta reage a esta tentativa de mudança, fato este que

não acontecia quando parada e ( $L_{Roda\ Bicicleta} = 0 \frac{kgm^2}{s}$ ). Esta é uma boa demonstração do efeito giroscópico e do momento de inércia, ou seja, da tendência do corpo querer permanecer em sua trajetória.

Na continuidade, o professor pode sugerir aos alunos que experimentem outros valores menores de velocidade angular, uma vez que esta situação é possível a partir do uso modulado do acelerador do motor elétrico. Ao fazer este experimento, os alunos poderão confirmar que a reação também diminuirá.

**Figura 77** – Simulador PHET para momento angular



Fonte: o autor

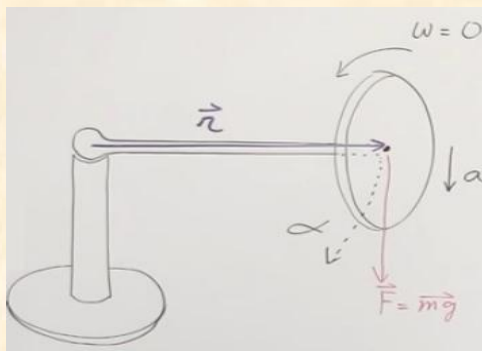
Na sequência do experimento 04, a fim de envolver os alunos nos estudos, o professor pode sugerir a alteração da massa ou do raio da roda de bicicleta, com base no uso do simulador PHET, apresentado na figura 77. Assim, os alunos poderão alterar os parâmetros do momento de inércia e evidenciar a mudança da reação da roda de bicicleta na aplicação da mudança do movimento.

#### 1.4.4 Aula prática – Experimento 05

Ainda neste quarto encontro, o professor deve realizar o experimento 05 envolvendo os equipamentos: tacômetro óptico, balança de precisão, roda de bicicleta

com suporte de nylon em suas extremidades do eixo de rotação e um cordão puxador em uma das extremidades do suporte de nylon, e motor elétrico.

**Figura 78:** Experiência 05. Rascunho demonstrando a rotação do corpo em razão exclusiva do torque produzido pelo seu peso



Fonte: o autor

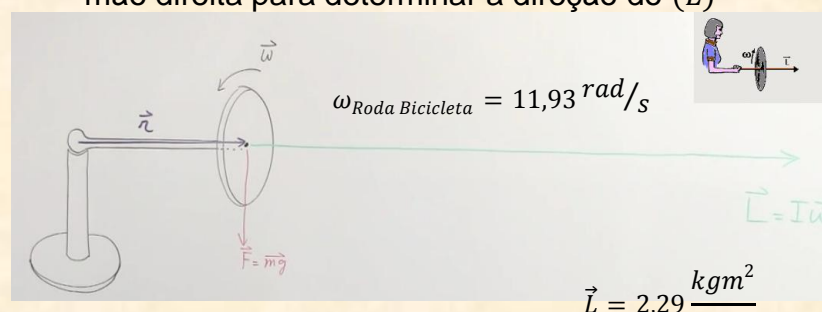
**Figura 79:** Experiência 05



Fonte: o autor

Após uma rápida discussão sobre o modelo matemático apresentado na Figura 78, deverá ser solicitado ao aluno que participará do experimento que segure a roda de bicicleta pelo cordão de sustentação, preso a uma das extremidades do seu eixo, enquanto, com a outra mão, apoie a outra extremidade, equilibrando, assim, a roda suspensa no ar, conforme apresentado na Figura 79.

**Figura 80:** Experiência 05. Demonstração da presença do momento angular ( $L$ ) a partir do momento em que o corpo é rotacionado, ou seja  $\omega > 0$ . Aplicado a regra da mão direita para determinar a direção do ( $L$ )



Fonte: <http://lectureonline.com> – *Mechanics the Gyroscope*. Acesso em 16 ago. 2016

O professor deve, neste momento, perguntar ao público presente o que acontecerá quando o aluno soltar a sua mão esquerda. A expectativa de resposta, com base no senso comum, é a de que a roda cairá devido ao seu peso. Todavia, se



o grupo de alunos estiver atento e dominando a matematização dos conceitos, como apresentado na figura 80, no sentido da aprendizagem significativa, eles responderão que a roda irá rotacionar no sentido horário de quem olha este aluno, o que deverá ser considerado como correto e compatível com a modelagem matemática.

A roda da bicicleta deve ser colocada em movimento através do uso do motor elétrico e deve ser acelerada até a velocidade angular de  $\omega = X \text{ rpm} \Leftrightarrow Y \text{ rad/s}$ . Nesta etapa do experimento, os alunos já terão calculado um momento angular no sistema, cujo valor é de  $L_{Roda\ Bicicleta} = Z \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}}$ . Sendo assim, espera-se que seja de concordância de todos que, se existe movimento angular, há alguma reação quando se tenta mudar a posição da roda.

**Figura 81:** Experiência 05. Demonstração (1) da precessão giroscópica em razão do torque produzido pela decomposição do momento angular



Fonte: o autor

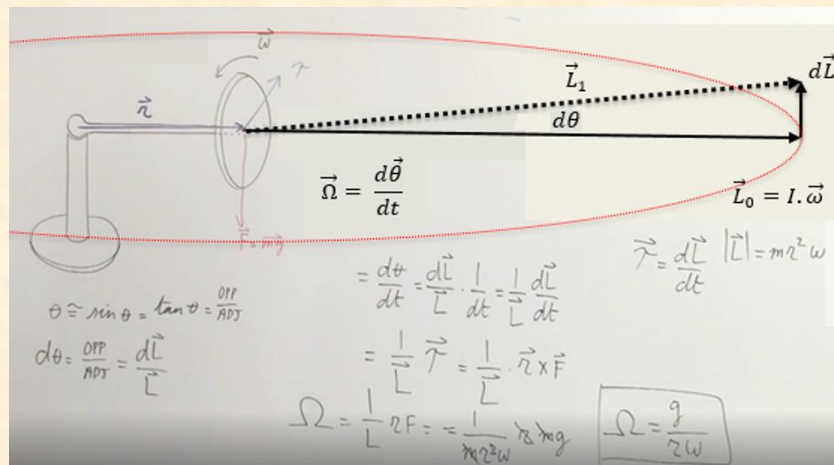
**Figura 82:** Experiência 05. Demonstração (2) da precessão giroscópica em razão do torque produzido pela decomposição do momento angular



Fonte: o autor

Neste experimento, mostrado pelas figuras 81 e 83, o conhecimento prévio dos alunos deverá estar bem sustentado em alguns pilares, já referidos ao longo deste trabalho como subsunçores, sendo interessante ao professor solicitar que os mesmos construam um mapa conceitual em que, no topo, conste o tema “movimento circular uniforme”. Espera-se, desse mapa conceitual, que traga referências dos conhecimentos apropriados pelos alunos até o presente momento, em especial: velocidade linear e angular, torque, momento de inércia e momento angular.

**Figura 83:** Matematização do precessão

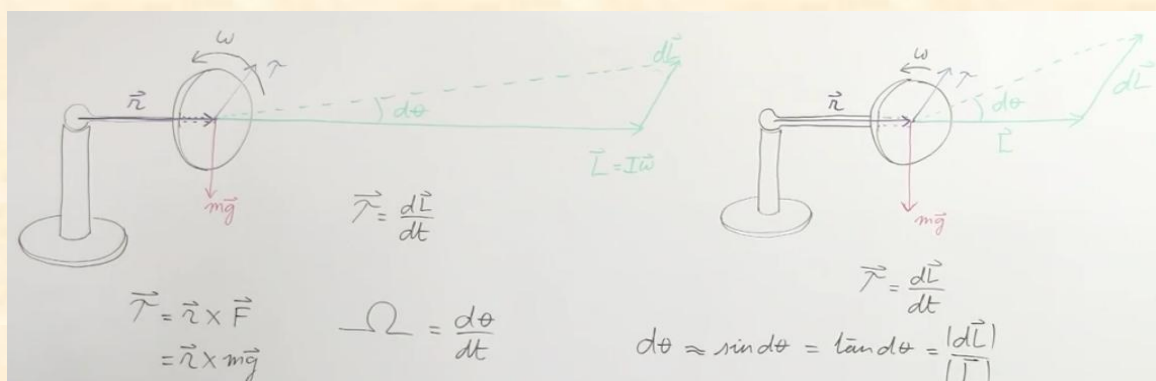


Fonte: <http://lectureonline.com> – Mechanics the Gyroscope . Acesso 16 de ago. 2016

Cumpridas as etapas anteriores, o professor pode seguir para o experimento 5. Nesta etapa, deve ser solicitado ao aluno que estará assessorando o professor que retire a mão de apoio da roda de bicicleta para que todos possam comprovar a reação da roda em movimento, de acordo com o modelo matemático apresentado na figura 83 .

Com o encerramento da etapa visual do fenômeno, deve então ser apresentada aos alunos uma revisão da matematização do experimento 05. A partir desta apresentação, o professor pode realizar uma exposição matemática do fenômeno e questionar o grupo sobre o que acontecerá com a velocidade de rotação da precessão em função da diminuição da velocidade angular da roda de bicicleta. Esta questão deve ser colocada seguindo o princípio da verificação da aprendizagem significativa, ou seja, sem apresentar soluções ou caminhos prévios, exigindo raciocínio dos alunos.

**Figura 84 :** Matematização da velocidade de precessão



Fonte: <http://lectureonline.com> – Mechanics the Gyroscope . Acesso em 16 ago. 2016



Espera-se que o resultado do questionamento seja um consenso de que a velocidade angular da roda de bicicleta provocará diminuição do valor do momento angular, conforme apresentado através do modelo matemático da figura 84, com o aumento do  $d\theta$ , e, conseqüentemente, aumento da velocidade de rotação da precessão.

## 1.5 Desenvolvimento do quinto encontro

### 1.5.1 Objetivos

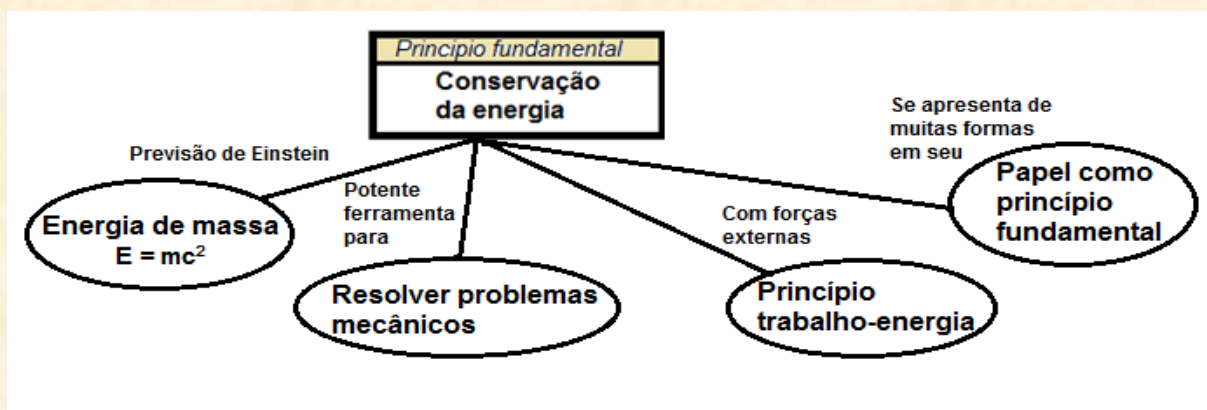
- a. Aula teórica
  - i. Conservação de energia do momento angular
- b. Aula prática - Experimentos
  - i. Roda de bicicleta + Plataforma giratória + Halteres
    1. Conservação de energia do momento angular

### 1.5.2 Aula teórica sobre a conservação do momento angular

Sugere-se que se explore o capítulo: 4. Momento angular e conservação de momento angular. Devem também ser realizados os exercícios propostos no capítulo.

De início, o professor deve provocar uma discussão, junto ao grupo de alunos, embasada na Figura 85:

**Figura 85:** Conservação da energia



Fonte: o autor

Na sequência, deve ser apresentada a equação abaixo, que calcula a Conservação do Momento Angular com a variação do momento de inércia:

$$L_i = I_i \omega_i \Rightarrow L_f = I_f \omega_f \Rightarrow I_i \omega_i = I_f \omega_f \quad - \text{Equação 01}$$

### 1.5.3 Aula prática – Experimento 06

O experimento 06 envolve os equipamentos didáticos: plataforma giratória de marca Cidepe (figura 86), dois pesos conhecidos como tipo halteres com 02 kg de massa cada um (figura 87), uma banqueta e um cronometro.

**Figura 86 :** Experiência 06. Plataforma giratória Cidepe



Fonte: o autor

**Figura 87:** Experiência 06. Peso conhecido como Alteres de 2kg de massa cada



Fonte: o autor

No experimento 06 o professor demonstrará a conservação do momento angular. Para tanto, um aluno será colocado sob uma plataforma girante, a qual apresenta o seu eixo sobre rolamentos – o que lhe afere um baixo coeficiente de atrito. O aluno, então, segurará, em cada uma das mãos, um halter de massa próxima a 2kg, com os braços recolhidos, o que representará o valor do raio no cálculo do momento de inércia. Após isto a plataforma será colocada para girar, suavemente, a, em média, 16 rotações por minuto (esta é uma velocidade angular segura e não causará mal estar no aluno).

**Figura 88:** Experiência 06. Aluno sobre a plataforma giratória girando a uma velocidade de 36 voltas por minuto com os braços recolhidos



Fonte: o autor

**Figura 89:** Experiência 06. Aluno sobre a plataforma giratória girando a uma velocidade de 10 voltas por minuto com os braços estendidos

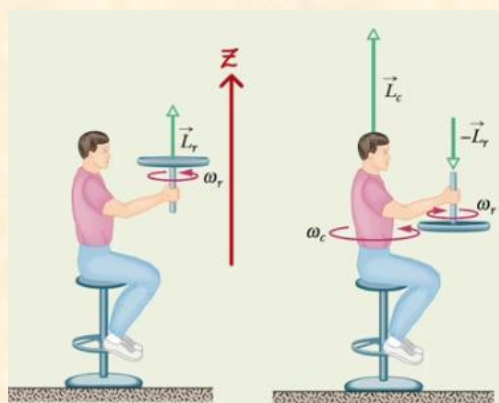


Fonte: o autor

Para obter uma variação do momento de inércia, ou é proposto mudar a massa do aluno, conforme apresentado nas figuras 88 e 89, o que é muito difícil, ou muda-se a distribuição da massa já existente, solicitando ao aluno que abra os seus braços, que seguram os halteres. Com a abertura dos braços do aluno, alteramos, *grosso modo*, o valor de  $r$ , modificando, por conseguinte, o momento de inércia, vide equação abaixo:

$$I = m * r^2 \quad \text{e ainda} \quad L = I * \omega$$

**Figura 90 :** Demonstração da conservação do momento angular com roda de bicicleta



Fonte: <http://midia.cmais.com.br>. Acesso em 16 Ago. 2016

As equações abaixo demonstram a demonstração da conservação do momento angular com roda de bicicleta, apresentado através das figuras 90 , 91, 92 e 93.

$$L_i^Z = L_r - \text{Situação em (a)} \quad - \text{Equação 01}$$

$$L_f^Z = L_c - L_r - \text{Situação em (b)} \quad - \text{Equação 02}$$

$$L_i^Z = L_f^Z - \text{Conservação do momento angular} \quad - \text{Equação 03}$$

$$L_r = L_c - L_r \quad - \text{Equação 04}$$

$$L_c = 2L_r - \text{Onde } L_c = I_c \omega_c \quad - \text{Equação 05}$$

**Figura 91:** Experiência 07.  
Aluno sentado sobre a plataforma giratória com a roda de bicicleta sem rotação



**Fonte:** o autor

**Figura 92:** Experiência 07. Aluno sentado sobre a plataforma giratória com a roda de bicicleta girando e movimentando todo o conjunto no sentido CCW



**Fonte:** o autor



**Figura 93:** Experiência 08. Aluno sentado sobre a plataforma giratória com a roda de bicicleta girando e movimentando todo o conjunto no sentido CW



**Fonte:** o autor

## **2 AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS**

Após o término do trabalho com a matéria, o professor pode aplicar novamente o “Teste de conhecimentos em física”, agora como pós-teste. O objetivo desta avaliação é medir se houve evolução do conhecimento do aluno após o contato com o material e com as práticas propostas neste estudo.

**PARTE II – APOSTILA**  
***MATERIAL PARA ALUNOS***

## 1. INTRODUÇÃO

Quando associamos a mecânica de manutenção a um movimento circular ao redor de um ponto, chamamos esse “ponto” de eixo. O eixo, por sua vez, pode ser real – eixo mecânico – ou imaginário. Em uma aeronave, os eixos longitudinal, transversal e vertical devem apresentar o seu equilíbrio estático e dinâmico.

Pensando no conceito de movimento circular no cotidiano de um técnico em manutenção de aeronaves em célula, é comum que este seja denominado Movimento de Rotação, pois é um movimento no qual todas as partículas de um corpo rígido (que, a princípio, não sofrem deformação) seguem na trajetória circular, cujo centro sempre será o eixo mecânico desta rotação. Fica a ressalva de que todas estas partículas têm a mesma abertura angular, pois tomam como base uma dada – e mesma – referência angular.

A Figura 1 apresenta os três eixos de rotação de uma aeronave, a partir da qual é possível observar a ocorrência do movimento circular.

**Figura 1 – Movimentos de Rotação de uma aeronave**



Fonte: <http://sabordevoar.blogspot.com.br/2012/03/informacao-24-movimentos-de-um-aviao.html>.

Acesso em 12. Jan. 2017

As figuras 2 e 3 trazem o movimento de rotação exemplificado por uma aeronave do tipo asa baixa com trem de pouso convencional já em seu processo de decolagem. No caso deste exemplo, o eixo longitudinal da aeronave rotaciona em torno do seu eixo transversal, tendo como referência angular o próprio plano Terra. Desta forma, a aeronave, ao iniciar a sua corrida para decolagem, apresenta um ângulo de  $30^{\circ}$  entre o eixo longitudinal e o plano da Terra. Durante a corrida de decolagem, no momento em que a aeronave alcança a velocidade de 60Mph, o piloto,



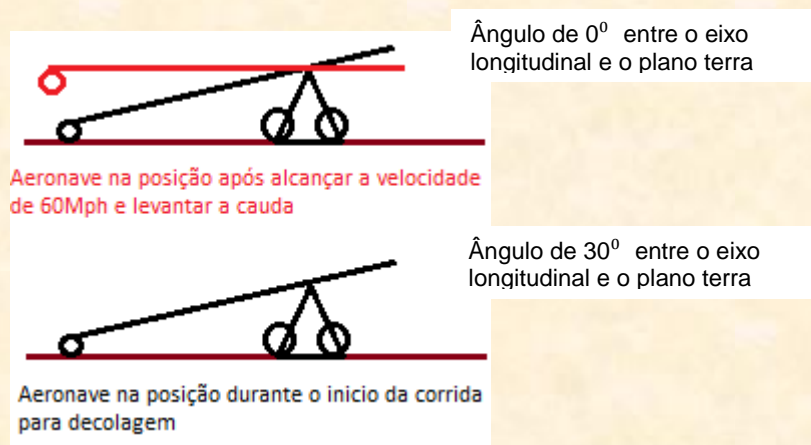
por meio da movimentação do manche, provoca um momento de rotação no sentido “CW”, o que causa a rotação do eixo longitudinal em torno do eixo transversal, alterando a abertura angular de  $30^{\circ}$  para próxima de  $0^{\circ}$ .

**Figura 2 – Aeronave já com a cauda levantada**



**Fonte:** <http://www.risingbrasil.com.br/aeronaves.html>. Acesso em 12. Jan. 2017

**Figura 3 – Rotação do eixo longitudinal da aeronave**



**Fonte:** o autor

**Figura 4 – Movimento de rolagem e rotação da hélice**



**Fonte:** <http://www.risingbrasil.com.br/aeronaves.html>. Acesso em 12. Jan. 2017

A Figura 4 apresenta uma aeronave de asa baixa com motor à reação. Nesta imagem temos duas condições do efeito de rotação: a primeira observa-se na realização do movimento de rotação do eixo transversal em torno do eixo longitudinal, manobra esta conhecida como “Toneaux”, que ocorre a uma razão de 4 RPM; a segunda observa-se na hélice, em uma razão de 2500 RPM.

Como visto, o movimento circular está presente o tempo todo na operação de uma aeronave. De maneira geral, o controle de uma aeronave se dá a partir de fragmentos de movimentos circulares, ou, fragmentos de rotação.

## 2. RELACIONANDO VARIÁVEIS LINEARES E ANGULARES

O componente que chamamos de Hélice (Figura 5) é uma máquina capaz de transformar a energia mecânica de um motor (presente em seu eixo virabrequim). Além disso, a hélice é composta por um conjunto de pás com um mesmo centro que, ao ser girado segundo o seu eixo, desenvolve a propulsão representada pela movimentação da massa de ar em baixas velocidades. Fica a ressalva de que cada pá descreve no espaço uma trajetória que é, de fato, uma hélice geométrica.

**Figura 5** – A trajetória de uma hélice quadripá



**Fonte:** <https://pt.wikipedia.org/wiki/H%C3%A9lice>. Acesso em 12. Jan. 2017

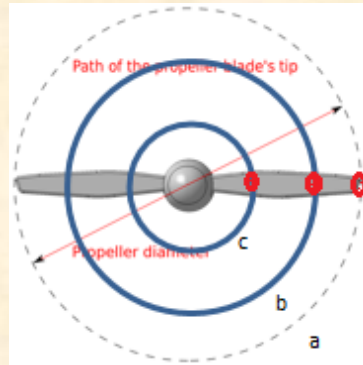
Este instrumento que, dependendo de sua montagem na aeronave, pode ser tratado como hélice de propulsão ou de tração, está acoplado a um motor e, em geral, empurra para trás o que está ao seu redor – neste caso, em particular, o fluido conhecido como ar atmosférico – convertendo, assim, a energia rotacional em translacional e deslocando a aeronave na qual se encontra acoplado. As pás de hélice agem como asas e produzem força, obedecendo ao princípio de Bernoulli e à 3ª lei de Newton, criando uma diferença de pressão entre as superfícies das pás.

Em uma hélice aeronáutica instalada em um motor em funcionamento, todas as partículas da hélice completam uma volta no mesmo intervalo de tempo, ou seja, todas as partículas têm a mesma velocidade angular e desenvolvem o mesmo deslocamento angular – neste caso, para uma volta completa, o deslocamento será de  $360^\circ$ .

Entretanto, a distância linear percorrida por cada um destes pontos que compõem a hélice, assim como a sua velocidade linear, ao longo de seu comprimento (raio), está em função do raio de cada um destes pontos. Este fato é demonstrado na

figura 6, na qual se pode observar que a velocidade linear é diretamente proporcional ao raio do ponto considerado.

**Figura 6** – Trajetória ‘a’, ‘b’ e ‘c’ de uma hélice



**Fonte:** o autor

Com base na Figura 6 vemos que o comprimento da trajetória do ponto ‘a’ é maior do que a trajetória do ponto ‘b’, o qual, por sua vez é maior do que a trajetória do ponto ‘c’. Sabendo que os três pontos realizam o deslocamento angular de  $360^{\circ}$  no mesmo intervalo de tempo, pode-se supor que a velocidade linear do ponto ‘a’ é maior que a do ponto ‘b’, e que esta é maior que a do ponto ‘c’. A frequência com que um ponto se desloca em um movimento circular, ou rotação, é dada pela razão entre o número de voltas (deslocamento angular de  $360^{\circ}$ ) descritas por este corpo no espaço de um segundo. Podemos usar também o minuto como base de tempo, o que é até mais comum na área de trabalho, a RPM. Conclui-se, então, que, por exemplo, 12RPM indicam que um ponto de um corpo está realizando 12 rotações completas de  $360^{\circ}$  no espaço de um minuto ( $F = 12 \text{ RPM}$ ).

Neste momento, propomos algumas perguntas a partir de uma exposição matemática simples e objetiva.

a) Observando a equação abaixo, como posso determinar a frequência que gira um ponto qualquer de um corpo?

$$F_{(Frequência)} = \frac{N_{(Número\ de\ Voltas)} (Rotação)}{\Delta t_{(Intervalo\ de\ Tempo)} (segundos)}$$



b) Sabendo a frequência, como posso determinar o tempo necessário para que ocorra uma única rotação? Tome como exemplo a equação abaixo.

$$T_{(Tempo)} = \frac{1}{F_{(Frequência)}} \Leftrightarrow T_{(Tempo)} = \frac{\Delta t_{(Intervalo\ de\ Tempo)}}{N_{(Número\ de\ Voltas)}}$$

**Exercícios propostos: relacionando variáveis lineares e angulares**

1. Em uma hélice de 2 metros de diâmetro, qual a distância percorrida pela ponta da hélice ao completar uma volta completa?
2. Em uma hélice de 6 metros de diâmetro, qual a distância percorrida em um ponto que está a 60% do seu eixo central?
3. Em uma hélice de 8 metros de diâmetro, qual será a distância percorrida pela ponta da hélice em uma volta?
4. Em uma hélice com 3 metros de diâmetro com a rotação de 1000RPM, qual a velocidade linear de um ponto em qualquer uma de suas extremidades?

## 2.1 POSIÇÃO

O intervalo do espaço linear é considerado a partir do deslocamento de um corpo de uma posição conhecida como inicial até uma conhecida como posição final. A equação de definição do intervalo espaço linear é:

$$\Delta x_{(\text{deslocamento linear})} = x_{\text{final}} - x_{\text{inicial}}$$

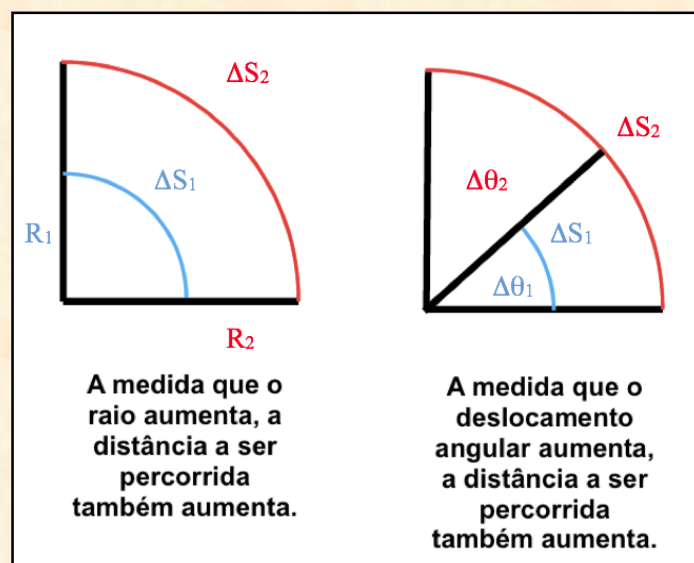
Assim sendo, o intervalo do espaço linear decorrente de uma mudança de posição é obtido a partir da diferença entre a posição final ( $x_{\text{final}}$ ) e a posição inicial ( $x_{\text{inicial}}$ ) deste corpo. O deslocamento angular, por sua vez, é definido de forma bastante análoga ao espaço linear, vide equações abaixo:

$$\Delta \theta_{(\text{deslocamento angular})} = \theta_{\text{final}} - \theta_{\text{inicial}} \quad \text{ou então}$$

$$\Delta \theta_{(\text{deslocamento angular})} = \Delta S_{(\text{Espaço angular})} / R_{(\text{Raio})}$$

Seguindo a linha de pensamento do espaço linear, é possível também obter o espaço angular pela diferença entre o ângulo final ( $\theta_{\text{final}}$ ) e o ângulo inicial ( $\theta_{\text{inicial}}$ ), conforme a figura 7.

**Figura 7 -** Relação entre posição linear e angular



Fonte: o autor

## 2.2 VELOCIDADE

A velocidade linear média de um corpo é expressa pela razão entre a distância percorrida e o tempo gasto para cumprir esta distância, como mostra a equação abaixo:

$$v_{(\text{velocidade Linear Média})} = \frac{\Delta S_{(\text{Espaço percorrido})}}{\Delta t_{(\text{Intervalo de Tempo gasto})}} \text{ m/s}$$

Normalmente, o cálculo da velocidade linear média é feito em metros por segundo (m/s), quilômetros por hora (Km/h), etc.

O raciocínio para se obter o valor da velocidade angular média é análogo; utilizaremos a letra grega  $\omega$  para representar a velocidade angular e  $\theta$  para representar o ângulo, vide equação abaixo:

$$\omega_{(\text{Velocidade Angular Média})} = \frac{\Delta \theta_{(\text{Intervalo Angular})}}{\Delta T_{(\text{Intervalo Tempo})}} .$$

A unidade de medida utilizada para o cálculo da velocidade angular média, de maneira geral, é radianos por segundo,  $Rad/s$ , rotações por minuto  $R/m$ , ou rotações por segundo  $R/m$ , como demonstrado nas equações abaixo:

$$v_{linear} = \frac{d_{(\text{distância})}}{T_{(\text{tempo})}} \quad \text{onde } d \Leftrightarrow c_{(\text{Comprimento Circunferência})} = 2 \cdot \pi \cdot r$$

$$\Rightarrow v_{linear} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T_{(\text{Tempo})}} \text{ m/s}$$

$$v_{linear} = \frac{2\pi \cdot r}{T} \quad \text{sendo } F = \frac{1}{T} \Rightarrow v_{linear} = 2\pi \cdot r(m) \cdot F(1/s)$$

Sempre lembrando que  $2 \cdot \pi = 360^{\circ}$

$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \text{ (}^{\circ}/s\text{) ou ainda } \frac{2 \cdot \pi}{T} \text{ (1/s)}$$

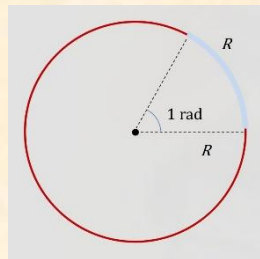
A medida de um radiano, como mostra a figura 08, é expressa pela relação entre o comprimento de um arco e o raio de uma circunferência. O radiano é a unidade padrão para medida angular e deriva do Sistema Internacional de Medidas. Neste



sentido,  $\pi$  radianos é equivalente à metade da circunferência de um círculo, e  $2\pi$  radianos é o comprimento da circunferência do círculo. Seguindo o raciocínio:

$$2\pi \cdot rad = 360^\circ \rightarrow rad = \frac{360^\circ}{2\pi} \rightarrow rad = \frac{180^\circ}{\pi} \rightarrow rad = 57,296^\circ$$

**Figura 8 – Relação entre o Raio e Radiano**



Fonte: o autor

Convertendo os radianos para graus:

$$Graus = x_{radianos} \times \frac{180}{\pi} .$$

Convertendo os graus para radianos:

$$Radianos = x_{graus} \times \frac{\pi}{180} .$$

### Exercícios Propostos - Velocidade

1. Qual a máxima velocidade média linear, em km/h, a ser alcançada na extremidade de uma hélice que possui um diâmetro de 3 metros e uma rotação máxima de 1750RPM?
2. Uma aeronave percorre uma distância de 280 Km em 47 minutos. Calcule a sua velocidade linear média.
3. Uma aeronave fabricada pela Boeing, modelo 737-800, tem a velocidade  $V_r$  (velocidade de rolagem / decolagem) de 140 Kt (nós). Seus pneus do trem de pouso principal têm 1,5m de diâmetro. A partir disto, responda:
  - (a) Qual é a velocidade média linear dos pneus no momento da decolagem em Km/h?
  - (b) Qual é a velocidade angular (rad/s) dos pneus no mesmo instante?
4. Uma aeronave fabricada pela Cessna, modelo 172R, mede 8,28m de comprimento, e está pousando na pista 33R do Aeroporto Internacional de Boston. Quando cruza a pista 24L, a aeronave está voando a 55 kt e leva 2s para cruzar a mesma. Qual é a largura da Pista 24L?
5. Um Embraer Ipanema vai da pista de operação até a plantação, que fica a 3 km de distância, porém, ao chegar ao destino, percebe um problema no motor e resolve, por questões de segurança, retornar imediatamente à pista. Supondo que a aeronave fez o trajeto com uma velocidade média de 120km/h e que, na volta à pista, enfrentou um vento contrário de 2m/s, determine o tempo total gasto em voo pela aeronave. Considere o voo em linha reta e desconsidere qualquer manobra necessária.

### 2.3 ACELERAÇÃO

A variação na velocidade é chamada de aceleração, e a aceleração média linear pode ser descrita como:

$$a_{média} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Assim, se um helicóptero que estava em voo pairado começa a se mover para frente, este tem uma aceleração média linear na direção do movimento diferente de 0. Já a aceleração angular média, representado pela letra grega  $\alpha$  (alpha), é expressa como:

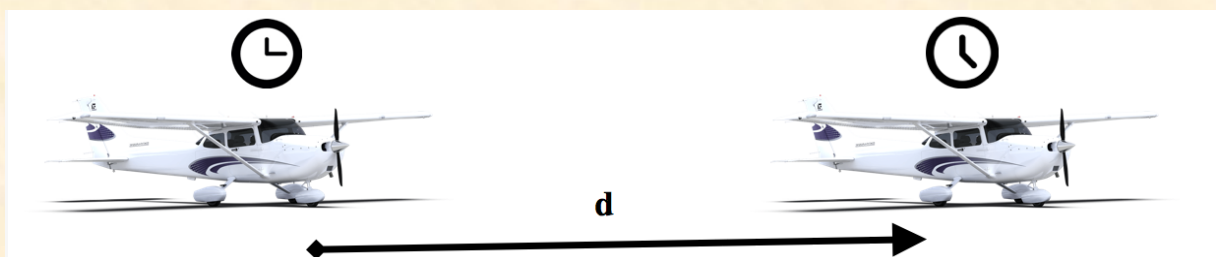
$$\alpha_{média} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

A aceleração angular pode ser observada, e ouvida, por exemplo, ao dar a partida em um motor Rolls-Royce Trent 1000, um turbofan desenvolvido pela fábrica inglesa Rolls-Royce e encontrado no moderno jato da Fábrica Boeing, modelo 787 Dreamliner.

Também podemos descrever a aceleração média linear de um pneu (Figura 9), por exemplo, como:

$$a_{média\ linear} = \alpha_{angular\ média} \cdot r_{raio}$$

**Figura 9** - Representação de deslocamento x tempo



### Exercícios Propostos - Aceleração

1. Uma aeronave estava parada na cabeceira da pista esperando por autorização para decolagem. 15 segundos depois, a aeronave tinha percorrido 1.200 metros. Qual é a aceleração média da aeronave?
2. Um helicóptero está voando a 180 km/h quando avista seu heliporto de destino a 500 m de distância. O piloto, então, diminui a velocidade para 80 km/h em 20 segundos. Qual a aceleração do helicóptero?



## 2.4 MOMENTO LINEAR

Momento linear é a grandeza física que possibilita entender a transferência de movimento. A unidade deste momento é kg·m/s e é representada por  $\vec{p}$ , por ser uma grandeza vetorial. A quantidade de momento linear relaciona a massa de um corpo com sua velocidade, como mostra a equação abaixo:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Entretanto, o que faz os corpos acelerarem ou desacelerarem (acelerar na direção oposta)? O impulso, que é representado por  $\vec{I}$ , e muda a velocidade de um objeto. O impulso descrito pela equação abaixo:

$$\vec{I} = \Delta\vec{p}.$$

## 2.5 MOMENTO DE INÉRCIA

Momento de inércia é a tendência que um corpo tem de permanecer em seu estado inicial, a menos quem uma força aja sobre ele. Por exemplo, um satélite em órbita, onde o atrito com o ar é mínimo, tende a permanecer na mesma órbita eternamente (isto não acontece porque existe variação na força gravitacional da Terra).

Existe, ainda, uma resistência à mudança no movimento rotacional, também chamada de momento de inércia angular. Como característica, temos que, quanto mais próxima a massa de um corpo estiver do eixo de rotação, menor será o momento de inércia; em contrapartida, quanto mais afastada a massa do eixo de rotação, maior será o momento de inércia. A equação que representa o momento de inércia é:

$$I = \sum m \cdot r^2$$

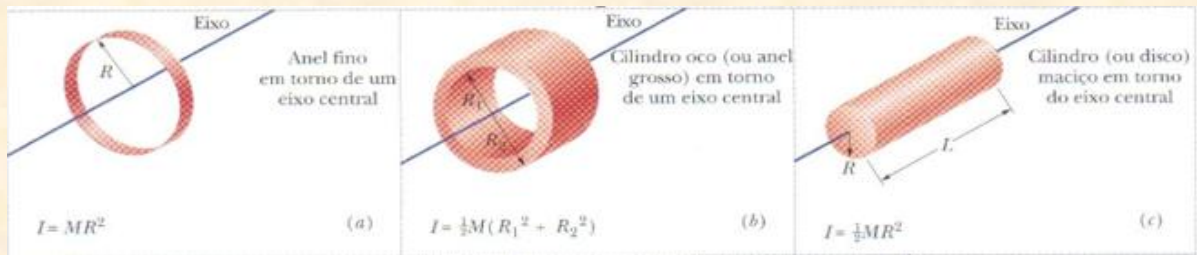
Em que  $m$  é a massa de um corpo a uma distância  $r$  do eixo de rotação.

Para objetos de corpo rígido (com número grande de partículas), o momento de inércia é definido pela equação abaixo:

$$I = \int r^2 dm.$$

Como esses cálculos são complexos, é comum achar tabelas como a da Figura 10, que mostram os resultados dessa integração para algumas formas geométricas.

**Figura 10** – Fórmulas para o cálculo do momento de inércia



Fonte: o autor

## 2.6 PERÍODO E FREQUÊNCIA

Período é o intervalo de tempo mínimo para que um fenômeno cíclico se repita. A unidade de medida utilizada para um período é o tempo (segundo, minuto, hora, etc.). A Frequência representa quantas vezes um fenômeno ocorre em uma unidade de tempo, a unidade mais utilizada para representar esse fenômeno é o Hertz: 1Hz é igual a 1 repetição por segundo. No movimento circular, a frequência é o número de rotações por segundo, equivalente à velocidade angular. Podemos converter Hertz para rad/s da seguinte forma:

$$\text{Hz} = \frac{\text{rotação}}{\text{seg}} \rightarrow 1 \text{ rotação} = 2 \cdot \pi \cdot \text{rad} \rightarrow \text{Hz} = 2\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$x \frac{\text{rad}}{\text{s}} = \text{Hz} \cdot 2\pi .$$

Exemplo:

A hélice de uma aeronave de asa fixa, em marcha lenta, gira com uma frequência de 13Hz (780RPM). Convertendo esta frequência para rad/s teremos:

$$x \frac{\text{rad}}{\text{s}} = \text{Hz} \cdot 2\pi \rightarrow 13 \times 2\pi = 81,68 \text{ rad/s}$$

**Exercícios Propostos – Período e Frequência**

1. O tacômetro de um monomotor está marcando 1500 rpm. Determine a frequência em Hertz e o período em segundos deste corpo.
2. Determine a frequência e o período para 1000, 1200, 1800 e 2000 rpm.

### 3 TORQUE

O torque pode ser definido como a ação de girar ou torcer de uma força. As unidades de medida do torque são libra-polegada (lbf.in), libra-pé (lbf.ft) e a unidade do SI é Newton-metro (N. m). O torque é medido em unidade de força e distância, ou seja, a quantidade de força aplicada vezes a distância entre o centro do eixo de rotação e o local da força aplicada.

O torque é representado pela letra grega  $\tau$  (tau) e é descrito pela equação:

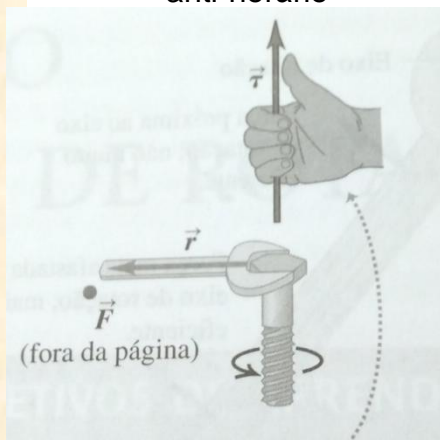
$$\tau = r F \sin(\theta)$$

Na qual  $F$  é a força sendo aplicada,  $r$  é a distância entre a linha da força e o centro do eixo e  $\theta$  é o ângulo formado entre eles. Na forma vetorial o torque é dado por:

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

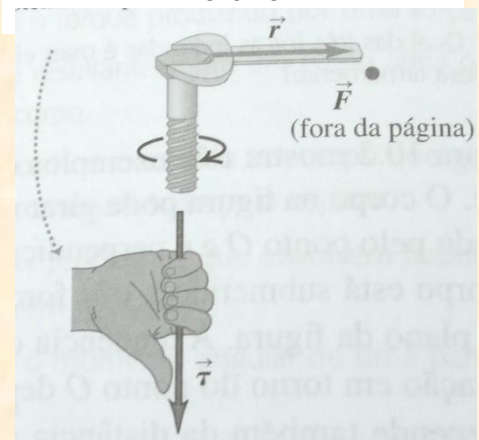
O sentido do vetor de torque respeita a regra da mão direita, na qual apontamos os dedos na direção do braço de força e, em seguida, curvamos na direção da força. Nestas circunstâncias, ao estender o polegar, ele apontará para a direção do torque, como mostram as figuras 11 e 12.

**Figura 11** - Rotação sentido anti-horário



Fonte: o autor

**Figura 12** - Rotação sentido horário



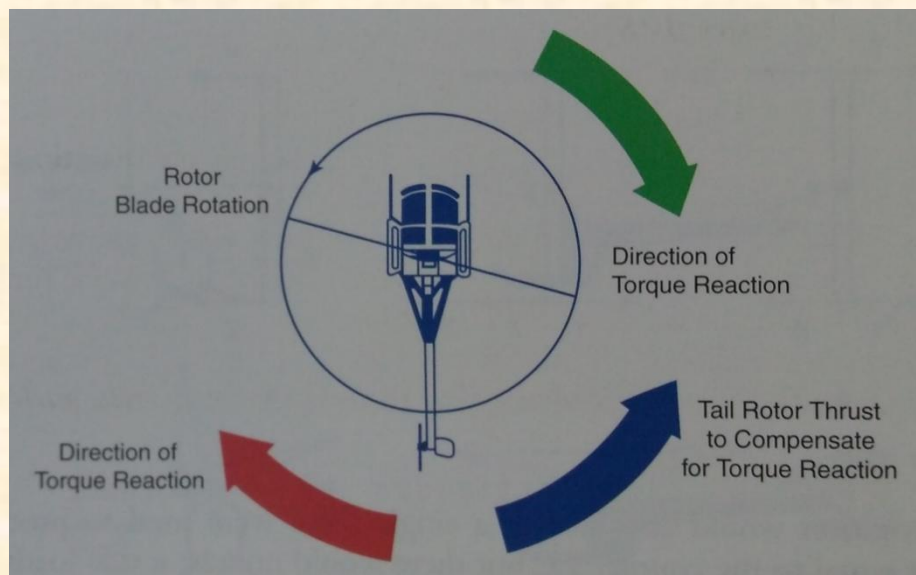
Fonte: o autor

O torque pode ser observado e sentido em helicópteros equipados com um rotor principal. Ao girar, a fuselagem do helicóptero tende a girar na direção oposta à



rotação do rotor principal, por isso é necessário um sistema de compensação de torque. O mais comum destes é o rotor de calda, que gera empuxo na direção oposta daquela que a fuselagem tende a girar. Como pode ser visto na figura 13:

**Figura 13 - Reação do torque (Helicóptero)**



**Fonte:** o autor

A figura 13 mostra como o torque está diretamente relacionado à rotação, quanto maior a frequência, maior o torque e, conseqüentemente, maior a reação do torque.

**Figura 14 – Christen Eagle II**

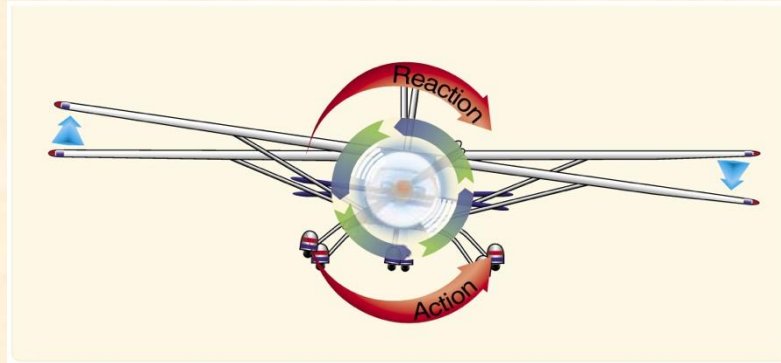


**Fonte:** o autor

Outro exemplo, que pode ser observado nas Figuras 14 e 15, é que em aeronaves que utilizam hélice, por exemplo, o Christen Eagle II. A hélice de seu motor

gira para a direita, portanto, ao dar mais potência no motor, a aeronave tende a rolar para a esquerda.

**Figura 15 -** Reação de torque (avião)



Fonte: o autor

#### 4 MOMENTO ANGULAR E CONSERVAÇÃO DE MOMENTO ANGULAR

Momento angular é a grandeza equivalente ao momento linear, porém para rotação. Ele representa a quantidade de movimento associado a um objeto em rotação em torno de um eixo e é descrito pela equação:

$$l = mr^2\omega$$

Na equação acima,  $l$  é o momento angular de uma partícula,  $m$  é a massa,  $r$  é o vetor posição em relação ao eixo de rotação e  $\omega$  é a velocidade angular.

O momento angular total de um corpo girando em torno de um eixo fixo é a soma de todos os momentos angulares, que é representado pelo  $L$  maiúsculo. Na equação abaixo,  $I$  é o momento de inércia de um corpo.

$$L = I\omega$$

Para definir a direção do momento angular, seguimos a regra da mão direita, na qual o polegar aponta a direção do vetor momento angular.

A conservação do momento angular é sempre constante, isso quer dizer que:

$$L_{inicial} = L_{final}$$

Ou seja, o momento angular inicial é igual ao final. Um exemplo clássico do momento é uma bailarina girando no gelo: a bailarina gira mais rápido com os braços fechados do que com os braços abertos, isso acontece porque, quando ela está com os braços abertos, seu momento de inércia é maior do que quando com os braços fechados. Sendo assim, a velocidade angular deve ser menor para se manter essa igualdade. Fato semelhante a este ocorre quando há um carregamento em uma aeronave e o centro de gravidade (CG) não fica fora dos limites pré-estabelecidos pela fabricante da aeronave.

Ao decolar, a aeronave tenderá a girar na direção do CG em relação ao eixo da aeronave. Por exemplo, se o CG estiver deslocado para a frente da aeronave, a aeronave tenderá a abaixar o nariz, rotacionando em torno do seu eixo transversal.

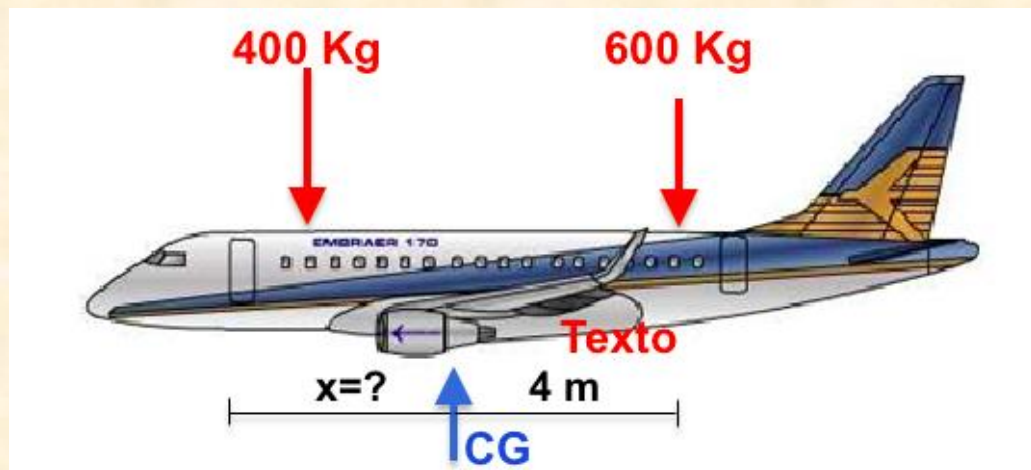
Similarmente, se houve consumo desigual do combustível contido nas asas da aeronave, a aeronave tende a rolar sobre seu eixo longitudinal.



### Exercícios Propostos – Momento angular e conservação de momento angular

1. Se uma pessoa utiliza 5 N de força para fechar uma porta de 0,75 m de largura aplicando uma força perpendicular a ela, calcule o momento dessa força em relação ao eixo da porta.
2. Na figura 16, temos duas cargas em uma aeronave: de 400 kg e 600 kg. Precisamos manter o centro de gravidade no local apontado. Qual deverá ser a distância do ponto de CG desejado da carga de 400kg?

**Figura 16** - Cargas em um Embraer 170



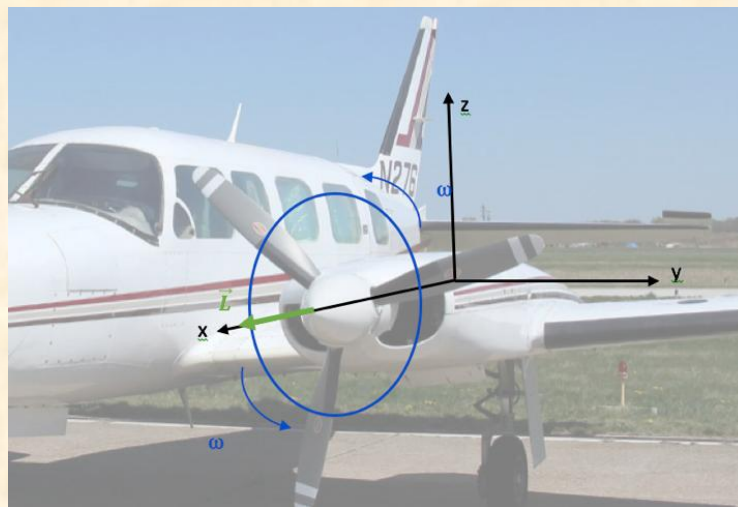
Fonte: o autor

3. Uma aeronave tem 25m de envergadura, sendo 3m de fuselagem. Se adicionarmos um tanque de ponta de asa que, quando cheio, pesa 750N, qual será o momento na ponta da asa em relação à raiz?

## 5 PRECESSÃO GIROSCÓPICA

Em função da rotação de um objeto em torno de um eixo, temos uma força resultante, o momento angular ( $L$ ), e sua direção respeita a regra da mão direita. O eixo  $x$ , de acordo com as figuras 17 e 18, é paralelo ao eixo longitudinal da aeronave, que vai da calda ao nariz; o eixo  $y$  é paralelo ao transversal, de uma ponta a outra das asas; por fim, o eixo  $z$  é paralelo ao eixo vertical da aeronave.

**Figura 17** – Precessão giroscópica na hélice a partir do diagrama de forças



**Fonte:** o autor

Entretanto, temos uma força externa ao sistema, que é a força da gravidade agindo em direção ao centro da Terra. Se imaginarmos que o eixo de rotação da hélice está a uma distância  $r$  do apoio do motor, temos o vetor  $\vec{r}$ , que tem um ângulo  $\alpha$  em relação à força da gravidade. Isso gera um torque que será perpendicular a ambas as forças e que será direcionado para a esquerda do motor, respeitando a regra da mão direita. O módulo do torque será:

$$\tau = mg \cdot r \cdot \text{sen}(\alpha)$$

Entretanto, o vetor:

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

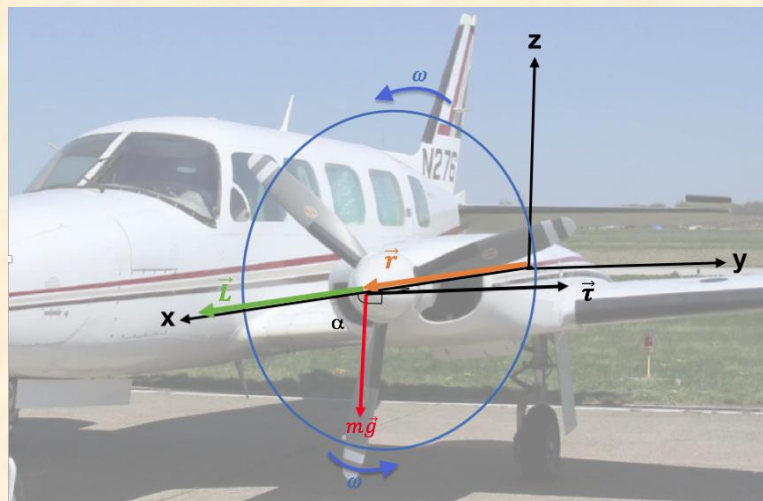
Além disso:

$$\vec{\tau} \cdot \vec{L} = 0$$

Portanto,  $\vec{L}$  mantém seu módulo constante e gira “perseguido” o vetor  $\vec{\tau}$ . O nome deste fenômeno é precessão. É possível calcular a velocidade angular da precessão, que é representada pela letra grega  $\Omega$  (ômega maiúsculo) com a seguinte equação:

Na equação acima,  $m$  é a massa,  $g$  é a força da gravidade,  $r$  é o braço de alavanca,  $\alpha$  é o ângulo,  $I$  é o momento de inércia e  $\omega$  é a velocidade angular em que a hélice está girando.

**Figura 18** - Diagrama de forças agindo no motor em funcionamento



**Fonte:** o autor

Outro exemplo semelhante é o de uma aeronave de trem de pouso convencional (Figura 19). Neste caso, temos “duas” decolagens: a primeira decolagem é a da calda da aeronave, quando o piloto empurra o manche para frente, abaixando o nariz da aeronave, que, nesse caso, levantará a calda da aeronave. Nesse momento, o plano de rotação da hélice é levado à frente, promovendo a precessão giroscópica que fará a aeronave virar para a esquerda, forçando o piloto a contrabalancear esse movimento, aplicando o leme, para fazer o nariz da aeronave

voltar ao centro da pista. Depois de chegar à velocidade de decolagem, a aeronave sairá do solo.

**Figura 19-** Aero Boero (Trem de pouso convencional)



**Fonte:** o autor

Esse mesmo efeito acontece com os paramotores (Figura 20), que são como parapentes nos quais o piloto tem um motor com hélice acoplado a suas costas. Enquanto o piloto corre para decolar e dá potência no motor, a precessão giroscópica tende a fazê-lo girar para um lado, o que, muitas vezes, pode causar acidentes.

**Figura 20 -** Paramotor em voo



**Fonte:** o autor

Situação similar também acontece, em menor escala, em voo, ao aumentar a potência, ou ao pousar, como na família ATR, por exemplo.

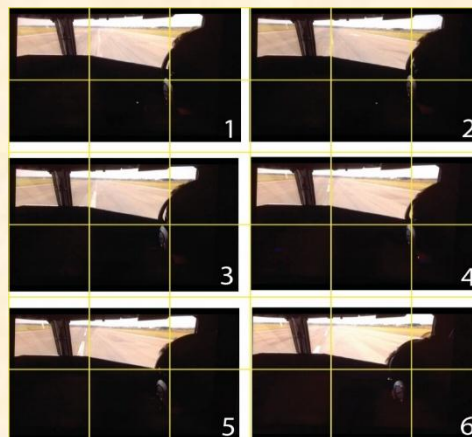
O ATR72-600 (figura 21), ao pousar e aplicar o passo reverso na hélice, aumenta o RPM para 100%, o que gera mais torque e o movimento de precessão giroscópica.



**Figura 21 - ATR72-600 em voo**

**Fonte:** o autor

A sequência de fotos (figura 22) a seguir mostra um pouso de um ATR72-600 em Campo Grande, MS, em 2014, sem vento. Nas imagens, podemos observar o nariz da aeronave dirigindo-se para a esquerda e voltando ao centro porque está sendo corrigido pelo Auto-Trim da aeronave. Ao observar a distância entre o divisor de janela central e a marcação central da pista vê-se que, em um primeiro momento, o nariz da aeronave vai para a esquerda e, logo, retorna ao centro. A sequência de imagens foi retirada do vídeo particular cedido pelo Comandante Henrique Pires.

**Figura 22 – Efeito giroscópico dos motores em um ATR72**

**Fonte:** Vídeo particular cedido pelo Comandante Henrique Pires

### Exercícios Propostos

1. A aeronave acrobática Zivko Edge 540 V3 (figura 23), utilizada pelo piloto Muroya no campeonato mundial de corrida aérea, possui uma hélice Hartzell com pás de 1,98m de diâmetro, que operam a 1500 RPM. Calcule:

**Figura 23 - Zivko Edge 540 V3**



**Fonte:** o autor

- a. A frequência da hélice em Hertz;
- b. O período de rotações da hélice;
- c. A velocidade angular da hélice;
- d. A velocidade linear na ponta das pás da hélice;
- e. Qual seria o RPM máximo de trabalho dessa hélice, levando em conta a velocidade do som de 340 m/s.

## REFERÊNCIAS CONSULTADAS

COPELLI, M; 11.7 Precessão do giroscópio e a curva da bicicleta. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=1aHoC1EB6oU>>. Acesso em: 14 mar, 2017.

HALLIDAY; RESNICK; WALKER. Rotação. In: HALLIDAY, RESNICK, WALKER. **Fundamentos da Física**, 8ª Edição. Rio de Janeiro: LTC, v.1, 2008. p. 259-294.

HALLIDAY; RESNICK; WALKER. Rolamento, Torque e Momento Angular. In:\_\_\_\_\_.(Org.) **Fundamentos da Física**, 8ª Edição. Rio de Janeiro: LTC, v.1, 2008. p. 295-326.

YOUNG, H.; FREEDMAN, R. Dinâmica do Movimento de Rotação. In: Young, Freedman. (Org.). **Física 1: Mecânica**, 12ª edição. São Paulo: Pearson, v.1, 2011. p. 316-354.

## RESOLUÇÃO DOS EXERCÍCIOS DA APOSTILA

### RELACIONANDO VARIÁVEIS LINEARES E ANGULARES

1. Em uma hélice de 2 metros de diâmetro, qual a distância percorrida pela ponta da hélice ao completar uma volta completa?

R: Para achar a distância percorrida, devemos encontrar a circunferência do círculo percorrido pela ponta da hélice. A Fórmula da circunferência é  $C = 2\pi \cdot r$ , portanto,

$$C = 2\pi \cdot 1$$

$$C = 6,28 \text{ m}$$

2. Em uma hélice de 6 metros de diâmetro, qual a distância percorrida em um ponto que está a 60% do seu eixo central?

R: O raio da hélice é de 3 metros, portanto, 60% será 1,8 metros do centro, ou:

$$C = 2\pi \cdot 1,8$$

$$C = 11,3 \text{ metros}$$

3. Em uma hélice de 8 metros de diâmetro, qual será a distância percorrida pela ponta da hélice?

R: Mesmo raciocínio da pergunta 1: 8m de diâmetro é igual a 4m de raio.

$$C = 2\pi \cdot 4$$

$$C = 25,13 \text{ m}$$

- 6 Em uma hélice com 3 metros de diâmetro com a rotação de 1000RPM, qual a velocidade linear de um ponto em qualquer uma de suas extremidades?

R: o raio é igual a 1,5 metros e a frequência é igual à rotação em segundos, que equivale a 16,7 RPS. Assim sendo:

$$v_{linear} = 2 \cdot \pi \cdot F \cdot r$$

$$v_{linear} = 6,28 \cdot \left(\frac{1000}{60}\right) \cdot 1,5 = 157,3 \text{ m/s}$$



## VELOCIDADE

1. Qual a máxima velocidade linear, em km/h, a ser alcançada na extremidade de uma hélice que possui um diâmetro de 3 metros e uma rotação máxima de 1750RPM?

Resposta:

O raio é igual a 1,5 metros e a frequência é igual á rotação em segundos, que equivale a 29,17 RPS. Assim sendo:

$$v_{linear} = 2 \cdot \pi \cdot F \cdot r$$

$$v_{linear} = 6,28 \cdot \left(\frac{1750}{60}\right) \cdot 1,5 = 274,78 \text{ m/s}$$

$$v_{linear} = 274,78 \cdot 3600 = 989,2 \text{ km/h}$$

2. Uma aeronave percorre uma distância de 280 Km em 47 minutos. Calcule a sua velocidade média.

Resposta:

A velocidade média é a razão entre a distância percorrida em metros e o tempo gasto em segundos, portanto a razão entre 280.000 m e 2820 segundos, logo;

$$v = \frac{280000m}{2820s} = 99,3 \text{ m/s} \therefore 357,45 \text{ km/h}$$

3. Uma aeronave Boeing 737-800 tem velocidade Vr (velocidade de rolagem / decolagem) de 140 Kt (nós). Seus pneus do trem de pouso principal têm 1,5m de diâmetro.

(Questão 3.a) Qual é a velocidade linear dos pneus no momento da decolagem em Km/h?

Dados:

Velocidade de rolagem = 140 kt

Raio do pneu = 0,75m

1 kt = 1,8 km/hr então 140kt = 252 km/h ou então 70 m/s,

Resposta da questão 3.a.:

A velocidade linear será portanto, 252 km/h.

(Questão 3.b) Qual é a velocidade angular (rad/s) dos pneus no mesmo instante?

$$\text{Comprimento da circunferência do pneu} = 2\pi r \quad \therefore C = 2\pi * 0,75m = 4,71m$$

$$\text{Velocidade linear do pneu} = 70 \text{ m/s}$$

$$\frac{70 \text{ m}}{4,71m} = X \text{ rotações/segundo}$$

$$X = 14,86 \text{ rotações/segundo}$$

$$1 \text{ rotação/segundo} = 2\pi \text{ rad/segundo}$$

$$14,86 \text{ r/s} * 2\pi \text{ rad/s} = 29,72 \pi \text{ rad/s}$$

Resposta da questão 3.b.:

A velocidade angular é de  $29,72 \pi \text{ rad/s}$ .

4. Um Cessna 172 mede 8,28m de comprimento e está pousando na pista 33R do Aeroporto Internacional de Boston, quando cruza a pista 22L, está voando a 55 kt, e leva 2s para cruzar a mesma. Qual é a largura da Pista 22L?

Resposta:

$$V=55 \text{ kt} \times 1,8 \text{ km/h} = 99 \text{ km/h} \div 3,6 = 27,5 \text{ m/s}$$

$$V_{\text{média}} = \frac{L(\text{avião}) + L(\text{pista 22L})}{\Delta t}$$

$$27,5 \text{ m/s} = \frac{8,28 \text{ m} + L(\text{pista})}{2 \text{ s}}$$

$$27,5 \cdot 2 = 8,28 + L(\text{pista})$$

$$55 - 8,28 = L(\text{pista})$$

$$46,72 \text{ m} = \text{Largura da pista 22L}$$

5. Um Embraer Ipanema vai da pista de pouso até a plantação, que fica a 3 km de distância, porém precisa voltar imediatamente por motivo de pane. Supondo que a aeronave fez o trajeto com uma velocidade média de 120km/h e que, na volta à pista, enfrentou um vento contrário de 2m/s, determine o tempo total gasto em voo pela

aeronave. Considere o voo em linha reta e desconsidere qualquer manobra necessária.

R: Dados:  $d=3$  Km ou 3000 metros,  $V= 120$  km/h ou 33,33 m/s e Vento contrário = - 2 m/s

IDA:

$$V_{med} = \frac{\Delta s}{\Delta t_{ida}} \rightarrow 33,33 \text{ m/s} = \frac{3000}{\Delta t_{ida}} \therefore \Delta t_{ida} = \frac{3000}{33,33}$$

$$\Delta t_{ida} = 90s$$

VOLTA:

A velocidade de volta é de 33,33 m/s, menos o vento contrário de 2 m/s, portanto 31,33 m/s.

$$V_{med} = \frac{\Delta s}{\Delta t_{volta}} \rightarrow 31,33 \text{ m/s} = \frac{3000}{\Delta t_{volta}} \therefore \Delta t_{volta} = \frac{3000}{31,33}$$

$$\Delta t_{volta} = 95,75s$$

Sendo assim, tempo total é o tempo de ida (90s) somado ao tempo de volta (95,75s), totalizando 185,75s.

## ACELERAÇÃO

1. Uma aeronave estava parada na cabeceira da pista esperando por autorização para decolagem, 15 segundos depois, a aeronave tinha percorrido 1.200 metros. Qual é a aceleração média da aeronave?

R: Dados:  $\Delta S=1200$  m,  $t=15$  s,  $V_0=0$

Podemos utilizar  $\Delta S = V_0 t + \frac{at^2}{2}$

$$1200 = 0 \cdot 15 + a \cdot \frac{15^2}{2}$$

$$\rightarrow 1200 = 0 + a \cdot 112,5$$

$$\rightarrow \frac{1200}{112,5} = a$$

$$\rightarrow a = 10,66 \text{ m/s}^2$$

2. Um helicóptero está voando a 180 km/h, quando avista seu heliporto de destino a 500 m de distância. O piloto, então, diminui a velocidade para 80 km/h em 20 segundos. Qual a aceleração do helicóptero?

R: Dados:  $V_0=180$  km/h = 50m/s

$$V=80 \text{ km/h} = 22,22 \text{ m/s}$$

$$\Delta t=20 \text{ s}$$

Equação a ser usada:

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t}, \text{ sendo que } \Delta v=v-v_0 \text{ ou } \Delta v = 80 - 180.$$

$$\Delta v=-100 \text{ km/h ou } -27,78 \text{ m/s.}$$

$$\text{Portanto, } a = \frac{-27,78}{20} \rightarrow a = -1,389 \text{ m/s}^2.$$

A aceleração é negativa porque a aeronave está diminuindo a velocidade.



## PERÍODO E FREQUÊNCIA

1. O tacômetro do de um monomotor está marcando 1500 rpm. Determine a frequência em Hertz e o período em segundos.

$$R: \text{frequência} = 1500 \div 60$$

$$f = 25 \text{ Hertz}$$

$$\text{Período} = \frac{1}{25}$$

$$T = 0,04 \text{ s}$$

### 2. Frequência e Período

$$1000: f= 16,67 \text{ Hz} \quad / \quad T= 0,06 \text{ s}$$

$$1200: f= 20 \text{ Hz} \quad / \quad T= 0,05 \text{ s}$$

$$1800: f= 30 \text{ Hz} \quad / \quad T= 0,033 \text{ s}$$

$$2000: f= 33,33 \text{ Hz} \quad / \quad T= 0,03 \text{ s}$$

## MOMENTO ANGULAR

1. Se uma pessoa utiliza 5 N de força para fechar uma porta de 0,75 m de largura aplicando uma força perpendicular a ela, calcule o momento dessa força em relação ao eixo da porta.

$$\begin{aligned}\tau &= Fd \\ \text{Momento} &= 5N \cdot 0,75m \\ &= 3,75 Nm\end{aligned}$$

2. Na figura abaixo, temos duas cargas em uma aeronave, de 400 kg e 600 kg. Precisamos manter o centro de gravidade no local apontado. Qual deverá ser a distância do ponto de CG desejado da carga de 400kg? \*g = 9,8 m/s<sup>2</sup>.

R: Força agindo no ponto do Centro de Gravidade,

$$\begin{aligned}M &= 600 \cdot 9,8 \cdot 4 = 23520 Nm \\ 23520 &= 400 \cdot 9,8 \cdot X \\ \rightarrow 23520 &= 3920 X \\ \rightarrow \frac{23520}{3920} &= X \\ \rightarrow X &= 6 m\end{aligned}$$

3. Uma aeronave tem 25m de envergadura, sendo 3m de fuselagem. Se adicionarmos um tanque de ponta de asa que, quando cheio, pesa 750N, qual será o momento na ponta da asa em relação à raiz?

R: Dados: 25m de envergadura menos 3m de fuselagem, temos 22m de asa, cada asa tem 11m. Portanto,

$$\begin{aligned}M &= 750 \cdot 11 \\ &= 8250 Nm\end{aligned}$$

em cada ponta de asa em relação a sua respectiva raiz.

### PRECESSÃO GIROSCÓPICA

A aeronave acrobática Zivko Edge 540 V3, utilizada pelo piloto Muroya no campeonato mundial de corrida aérea, possui uma hélice Hartzell com pás de 1,98m de diâmetro, que opera a 1500 RPM. Calcule:

- A frequência em Hertz;
- O período de rotações;
- A velocidade angular da hélice;
- A velocidade linear na ponta das pás da hélice;
- Qual seria o RPM máximo de trabalho dessa hélice, levando em conta a velocidade do som de 340 m/s.

a) Frequência:

$$F = 1500rpm / 60s = 25 \text{ Hz}$$

b) Período:

$$T = 1/F \rightarrow T = 1/25 \text{ Hz} \rightarrow T = 0,04 \text{ s}$$

c) Velocidade angular ( $\omega$ ):

$$\omega = 2\pi f \rightarrow \omega = 2\pi/T \rightarrow \omega = 2\pi \cdot 25 \rightarrow \omega = 50\pi \text{ rad/s}$$

d) Velocidade linear:

$$v = \omega \cdot r \rightarrow v = 50\pi \cdot 0,99 \rightarrow v = 155,5 \text{ m/s}$$

e) RPM máxima:

$$v_{max} = \omega \cdot r \rightarrow 340 = x \cdot \pi \cdot 0,99 \quad \therefore \quad x = \frac{340}{0,99\pi}$$

$$x = 109,32 \pi \text{ rad/s}$$

$$\omega = 2\pi/T \rightarrow 109,32 \pi \text{ rad/s} = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{109,32 \pi \text{ rad/s}} \rightarrow$$

$$T = 0,018 \text{ s}$$

$$T = \frac{1}{f} \rightarrow 0,018 = \frac{1}{f} \quad \therefore \quad f = \frac{1}{0,018} \quad f = 55,55 \text{ Hz}$$

$$f = \frac{RPM}{60s} \rightarrow 55,55 = \frac{RPM}{60} \therefore RPM = 55,55 \cdot 60 \rightarrow$$
$$RPM_{max} = 3333,33$$